ANNALI DI GEOFISICA, VOL. XXXVI, SUPPL. N. 5-6, 1993

Metodologia per l'interpretazione delle strutture del sottosuolo con i campi e.m. naturali

Giovanni P. Gregori
IFA (CNR), Roma, Italia

1. Introduzione

Questo lavoro è anomalo, nel senso che non è una rassegna tradizionale dove un argomento viene affrontato e trattato in tutti i dettagli ed implicazioni, né è un testo strettamente propedeutico o didattico: ha piuttosto il carattere di una guida alla letteratura, ovvero anche può venire visto come un commento ragionato all'indice di un libro, o di una serie di libri, ancora da scrivere. Si è comunque cercato di fornire fin dove possibile le informazioni bibliografiche che potranno aiutare il lettore a cercare altrove quanto non può trovare in queste poche pagine.

Lo schema portante è il frutto di un tentativo di sintesi logica di un mosaico di diversi approcci metodologici, risultato di quasi due decenni di studio da parte dell'autore. Lo schema peraltro è ancora oggetto di continuo aggiornamento, e scuse sono dovute a chi troverà argomenti ancora lasciati fuori da questa sintesi: ogni suggerimento sarà sempre molto ben accetto.

La tabella I fornisce una indicazione di massima sulle *principali fonti di informazione bibliografica*. Per compattezza, nel seguito quando si indicherà un lavoro con nome ed anno e senza dettagli nella bibliografia in calce al testo, si intenderà che il lavoro è stato pubblicato su una delle fonti della tabella I (per esempio Gregori e Lanzerotti, 1982, vuol dire, secondo la tabella I, il lavoro pubblicato su *Surveys Geophys.*, **4** (4) nel 1982 ovvero negli atti del *5th Induction Workshop* tenuto nel 1980). L'elenco bibliografico fornito alla fine del testo ha soltanto valore indicativo (e fa sovente riferimento ad altri lavori dell'autore o co-autori che contengono dettagli su alcuni temi che sono qui solo accennati).

I lavori inerenti l'induzione e.m. nel sottosuolo si possono contraddistinguere in *classi*: 1) studi di strumentazione; 2) studi di proprietà fisico-chimiche dei campioni di terreno; 3) studi di metodologie di trattamento dati; 4) studi di metodologie interpretative; 5) studi di specifici casi applicativi.

In questo scritto si tratterà soltanto delle metodologie interpretative.

2. Preliminari

Il punto di partenza di una qualsiasi procedura interpretativa sarà sempre un insieme di misure sperimentali. Fermo restando che lo sperimentatore avrà avuto cura di eliminare fin dove possibile le misure spurie ed inattendibili, rimane normalmente pur sempre il dubbio che qualche misura possa ancora essere influenzata da «disturbi» sconosciuti. Quanto poi questi «disturbi» siano strumentali in senso stretto, ovvero siano invece effettivi fattori fisici che influenzano il sistema e dunque degni della massima considerazione, sarà problema da stabilirsi a posteriori. In ogni caso, l'insieme dei dati sperimentali disponibili dovrà

Tabella I. Fonti bibliografiche.

Workshops on Electromagnetic Induction in the Earth and Moon
(*organizzati dal WG I-3 della IAGA*)
Le relazioni di rassegna (ad invito, sempre di autori diversi) vengono pubblicate su un fascicolo speciale di una rivista (da 1978 ad oggi su *Surveys Geophys.*)

1) Edinburgh (U.K.)	1972	
2) Ottawa (Canada)	1974	
3) Sopron (Ungheria)	1976	*Acta Geodaet. Geophys. Montanistica Acad. Sci. Hung.*, **11** (3/4), 1976
4) Murnau (Germania Ovest)	1978	*Surveys Geophys.*, **4** (1/2), 1980
5) Istanbul (Turchia)	1980	*Surveys Geophys.*, **4** (4), 1982
6) Victoria (B.C. Canada)	1982	*Surveys Geophys.*, **6** (1/2), 1983
7) Ile-Ife (Nigeria)	1984	*Surveys Geophys.*, **8** (3), 1986
8) Neuchâtel (CH)	1986	*Surveys Geophys.*, **9** (3/4), 1987
Contributed papers	su	*Phys. Earth Planet. Interiors*, **53** (3/4), 1989
9) Sochi (U.R.S.S.)	1988	*Surveys Geophys.*, **11** (2/3), 1990
10) Ensenada (Messico)	1990	*Surveys Geophys.*, **13** (4/5), 1992
11) Wellington (Nuova Zelanda)	1992	
12) Brest (Francia)	1994	

Altre monografie notevoli

Ulrich Schmucker – Anomalies of geomagnetic variations in the Southwestern United States. *Bull. Scripps Inst. Oceanogr.*, **13**, University of California Press, 1970, pp. 165.

Antal Adam (Ed.) – *Geoelectric and geothermal studies*, Akademiai Kiado, Budapest, 1976, pp. 750.

Igor I. Rokityansky – *Geoelectromagnetic investigations of the electric crust and mantle*, Springer Verlag, Berlin etc., 1982, pp. 381.

Mark N. Berdichevsky e Michael S. Zhdanov – *Advanced theory of deep magnetic sounding*, Elsevier, Amsterdam etc., 1984, pp. 408.

Michael S. Zhdanov – *Integral transforms in geophysics*, Springer Verlag, Berlin etc., 1984, pp. 367.

Da un punto di vista disciplinarmente più esteso

Bucha, Vaclav (Ed.) – *Magnetic field and the processes in the Earth's interior*, Academia, Prague, 1983, pp. 514.

Krider, E. Philip e Raymond G. Roble (Eds.) – *The Earth's electrical environment*, National Academy Press, Washington, D.C., 1986, pp. 263.

Jacobs, J.A. (Ed.) – *Geomagnetism*, **1**, pp. 627, 1987; **2**, pp. 579, 1987; **3**, pp. 533, 1989; **4**, pp. 806, 1991. Academic Press, London, etc.

venire sottoposto ad alcune indagini preliminari volte a caratterizzarne, o ad isolarne, alcuni aspetti che dovranno poi essere oggetto di indagine interpretativa separata.

Da questo punto di vista, si possono distinguere (cfr. Guerrini *et al.*, 1989) cinque stadi: 1) una prescansione («*scanning*»); 2) la ricerca di ciclicità; 3) la ricerca di periodicità; 4) il filtraggio («*filtering*») e 5) la «zonazione» («*zoning*»).

2.1. *Prescansione («scanning»)*

Il naturalista che studia il mondo vivente distingue fra regno vegetale ed animale, eppoi

in quest'ultimo distinguerà fra mammiferi, uccelli, pesci, insetti, etc. e si guarderà bene per esempio dal fare acriticamente medie e scarti quadratici sul numero degli arti, od altro, di tutti gli animali indiscriminatamente. Similmente, quando si analizza un insieme di misure sperimentali è necessario eseguire preliminarmente una «scansione del naturalista» per riconoscere quando oggettivamente il sistema fisico si trova in stati diversi, tanto da non poterli confrontare gli uni con gli altri (per esempio le condizioni del campo geomagnetico durante una tempesta magnetica non sono confrontabili con quelle durante le condizioni «quiete»).

Da un punto di vista pratico, la metodologia si può essenzialmente organizzare secondo due tipi di problemi: 1) tests di gaussianicità e 2) ricerca di «*outliers*» (pecore nere). Alla fine di tale analisi si sarà individuata l'eventuale esistenza di qualche fenomeno, che introduce deviazioni sistematiche, rispetto ad un semplice andamento ripetitivo delle misure, e si saranno anche ben individuate quelle misure che si discostano dall'andamento dominante di tutte le altre.

Test di gaussianicità – Dato un insieme di misure sperimentali fisicamente omogenee, e che si possono presumere anche indistinguibili (almeno sulla scorta delle conoscenze disponibili), il *teorema del limite centrale* impone che dette misure debbano soddisfare ad una distribuzione gaussiana. In effetti, questa situazione è una estrapolazione astratta dalla realtà in quanto il teorema del limite centrale richiede che il fenomeno sia influenzato da un numero infinito di concause fra loro scorrelate, una condizione mai verificata in senso stretto da un sistema fisico. Va inoltre sottolineato che, contrariamente a quanto asserito da numerosissimi testi di analisi dei dati sperimentali, la distribuzione che interessa non è affatto il modello matematico gaussiano (che viene invece di norma indicato come il «personaggio buono della commedia» mentre le distribuzioni di dati sperimentali sono considerate come «i cattivi»), bensì è vero il contrario: la fisica sta scritta nella distribuzione sperimentale, che è l'unico vero dato di interesse, mentre il modello gaussiano è un termine di paragone molto semplificato ed astratto che deve solo aiutare nel dare un'interpretazione fisica dei dati sperimentali.

Dato pertanto un insieme di dati sperimentali, si dovrà verificare innanzitutto fino a che punto la loro distribuzione([1]) soddisfa i requisiti di una distribuzione gaussiana.

Quando la distribuzione sperimentale appare ragionevolmente simile ad una gaussiana, vuole dire che in effetti vi sono «molte» concause approssimativamente scorrelate fra di loro che influenzano le misure in studio, e dunque non si può realisticamente sperare di discriminare fra queste concause con i soli dati disponibili: a tal fine è strettamente necessario, come irrinunciabile esigenza di principio, disporre di ulteriori diversi tipi di misure del sistema fisico considerato, che forniscano la conoscenza di altri gradi di libertà.

Quando la distribuzione sperimentale mostra invece delle deviazioni significative (non importa se anche solo appena accennate) dal modello gaussiano, questo fatto è di grande significato fisico, implicando che si è fatta una qualche semplificazione di troppo nell'interpretazione dei dati. In effetti, una più accorta analisi dovrebbe riuscire a discriminare una qualche dipendenza sistematica che dovrebbe evidenziare una qualche «legge fisica» che può venire riconosciuta nei dati (dato che, se questa non fosse riconoscibile, la distribuzione sperimentale sarebbe gaussiana).

Il meglio che si può augurare ad uno sperimentatore è dunque di non verificare mai le ipotesi di gaussianicità, perché ciò vuol dire che può fare miglior uso dei suoi dati (anche se può non essere sempre facile trovare la strada giusta per una più accurata analisi).

Da un punto di vista pratico, i *tests* di gaussianicità vengono molto sovente eseguiti con il *test* noto come «del χ^2» che però è insensibile ad eventuali asimmetrie della distribuzione rispetto al suo asse. I *tests* migliori sono senz'altro quelli visivi ed intuitivi su un grafico della distribuzione (l'«occhio» è un potente «calcolatore» analogico) che possono venire sostanzialmente ulteriormente potenziati con le procedure note come «*probit diagram*» (ad esempio Arley e Buch, 1950).

Ricerca di «outliers» (pecore nere) – In generale una distribuzione sperimentale (1D od nD) conterrà diversi tipi di dati. Per semplificare le idee supponiamo di avere a che fare con un insieme discreto di misure in un «*array*» di punti che coprono una certa area (per esempio come nel caso di un rilievo gravimetrico o geomagnetico a fini di prospezione; ma si noti che le misure in ogni punto assegnato possono essere simultaneamente sia gravimetriche, che geomagnetiche, che geotermiche, etc., trattandosi dunque di un problema nD, dove n è il numero di diverse misure disponibili tutte assieme nel medesimo punto).

Il problema sarà dunque riconoscere innanzitutto ciò che è ragionevolmente rappresentabile come una funzione continua che varia in modo «*smooth*» sull'area studiata, da ciò che invece è una «anomalia», ovvero è un «*outlier*» rispetto a tutti gli altri dati. Un «*outlier*» in generale è sempre una misura «spuria» poiché non si correla manifestamente con le altre: sarà da stabilire se la sua causa è un disturbo accidentale esterno al sistema fisico in esame (un transiente e.m. dovuto ad un treno, un automobile, un fulmine,..., una causa fisica in ogni caso ma di nessun interesse), ovvero se l'apparente anomalia è da associare a qualcosa di interesse (un corpo nel sottosuolo).

Il termine «*outlier*» viene qui tradotto in italiano come «*pecora nera*» (da riconoscersi nel «gregge delle pecore bianche»).

Si noti che una misura può essere un «*outlier*» oppure no in dipendenza della densità dei punti di misura nello «*array*». In effetti la grandezza misurata nello «*array*» è pur sempre continua: se la misura venisse ripetuta in un «*array*» di punti molto più densi, ciò che prima sembrava un punto di misura anomalo apparirà ora contornato da molte misure ad esso simili. Pertanto il riconoscimento di un «*outlier*» è funzione non solo delle caratteristiche intrinseche del punto misurato, ma anche della densità dei punti effettivamente misurati (e non semplicemente interpolati matematicamente) nell'area studiata.

Da un punto di vista pratico la ricerca delle pecore nere può venire eseguita in molti modi. Il più noto sembrerebbe essere il «*criterio di rigetto di Chauvenet*»([2]) (CRC). Precisamente, data una distribuzione sperimentale di N elementi, si fa l'ipotesi di lavoro che sia gaussiana, e se ne calcolano come di consueto valor medio e scarto. Quindi, con riferimento alla sua distribuzione teorica gaussiana (normalizzata ad area unitaria), si considerano le sue due «ali» estreme (fig. 1) tali che la loro area complessiva sia pari ad $1/2N$, definendo in tal modo due valori che definiscono l'ascissa di dette «ali». Orbene, tutti i valori della distribuzione sperimentale che cadono entro queste «ali» (ovvero esternamente a dette ascisse o valori di taglio) verranno tagliati e rigettati. Il procedimento è poi iterativo: sulla distribuzione sperimentale così «emendata» dalle pecore nere, si riapplicherà daccapo il CRC calcolando un nuovo valor medio ed un nuovo scarto, ed eventualmente si butteranno via altre misure sperimentali dalla distribuzione. Quindi di nuovo si applicherà il CRC. E così via. Il procedimento verrà interrotto solo quando non si dovranno più rigettare dati (questo avverrà di norma al più dopo una od alcune iterazioni).

Alla resa dei conti il CRC sembra funzionare molto bene (Fornari *et al.*, 1989 e Feroci *et al.*, 1991). Un suo pregio fondamentale (Hawkins, 1980) è che il taglio di rigetto è funzione di N, e questo comporta che con esso si tiene conto oggettivamente del fatto che una misura «anomala», quando è in compagnia di tante altre misure «anomale», non può più venire considerata «anomala». Peraltro la scelta del criterio di taglio ad $1/2N$ è essenzialmente arbitraria e di comodo (pur risultando certamente efficace)([3]).

Un approccio diverso, che cerchi di evitare l'arbitrarietà dell'ipotesi $1/2N$ del CRC, è stato proposto dall'autore ed applicato da Banzon *et al.* (1992), de Franceschi *et al.* (1988, 1991, 1991a, 1992, 1993), Zolesi *et al.* (1988) finora con risultati che paiono molto soddisfacenti. Precisamente si consideri la distribuzione sperimentale costituita da N misure (qui chiamate nel seguito anche «punti»). Si calcolano due parametri di detta distribuzione: il limite di confidenza al 95% (95% cl) e la radice N-esima, denotata con $\mathcal{B}$, della sua funzione di verosimiglianza.

In dettaglio, data la distribuzione sperimentale, se ne calcola valor medio μ e scarto σ,

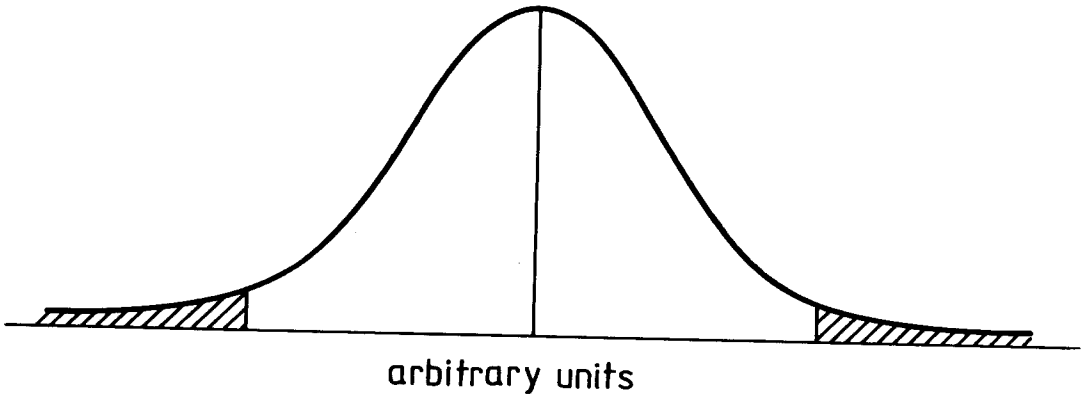

Fig. 1. Il criterio di rigetto di Chauvenet (CRC) prescrive di rigettare tutte le misure di una distribuzione che cadono al di fuori di opportuni valori di taglio, i quali individuano due «ali» della distribuzione gaussiana che meglio interpola la distribuzione dei punti sperimentali. Dette «ali» vengono definite corrispondenti al valore integrale della probabilità (sommata per entrambe le «ali») di occorrenza della misura da rigettare pari ad $1/2N$, dove N è il numero totale dei punti che costituisce la distribuzione.

quindi con le tavole della distribuzione di *Student* se ne calcola il 95% cl. Inoltre, noti μ e σ, si può calcolare la densità di probabilità p_j associata ad ogni dato sperimentale x_j

$$p_j = \frac{1}{2\pi\sqrt{\sigma}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}(x_j - \mu)^2\right]$$

Infine si può calcolare la funzione di verosimiglianza $\mathcal{L}$ ed il parametro $\mathcal{B}$ con

$$\mathcal{B} = \sqrt[N]{\mathcal{L}} = \left\{\prod_{j=1}^{N} p_j\right\}^{1/N}$$

Quindi si considera il punto della distribuzione che ha la maggiore deviazione da μ, e lo si scarta, rimanendo così con una distribuzione di N-1 punti. Si ricalcolano il 95% cl e $\mathcal{B}$ per questa nuova distribuzione con N-1 punti. Quindi si butta via il punto con la maggiore deviazione da μ, etc. iterativamente. Infine si avranno diversi valori sia di 95% cl, sia di $\mathcal{B}$, in dipendenza del numero di punti considerati nella distribuzione, ovvero N, N-1, N-2,..., N-k,... Si grafichi dunque sia il 95% cl sia $\mathcal{B}$ in funzione di k (cioè del numero di punti rigettati $k = 0,1,2,...$). I due grafici che così si otterranno saranno sicuramente monotoni per definizione. Supponiamo ora che un certo numero h di punti sia effettivamente composto da pecore nere: i due grafici così ottenuti avranno per $k = h$ una variazione «a gradino». Basta dunque cercare questo gradino([4]) e riconoscere così il numero h di punti da rigettare in quanto pecore nere. Un confronto dei due grafici dirà quale dei due parametri statistici è più efficace (per alcune applicazioni va meglio un parametro che non l'altro; in questo caso il 95% cl sembra meglio, essendo matematicamente più «robusto», e dunque il suo gradino è meglio definito; per la ricerca di periodicità, come si dirà nella sez. 2.3. al sub sulle epoche sovrapposte, sarà invece meglio $\mathcal{B}$ in ragione dei medesimi motivi di robustezza). Per questi motivi, questo secondo metodo verrà qui brevemente chiamato «*metodo di rigetto* 95% cl», o brevemente «95% RC».

Il CRC è stato applicato in diversi studi eseguiti dall'autore in collaborazione con diversi colleghi (Massimo Silvestri, Bruno Fornari, Lucio Versino, Salvatore Piro, Marina Feroci, Beniamino Toro, Michele di Filippo; altri lavori sono in preparazione) che concernono sia la carta aeromagnetica dell'AGIP, sia prospezioni archeologiche con campo magnetico (Fornari *et al.*, 1989 e Feroci *et al.*, 1991), sia prospezione combinata geomagnetica più

gravimetrica di strutture tettoniche. Lucio Versino chiama questo metodo *tout court* «*prospezione con il metodo degli outliers*». È allo studio l'analisi dei medesimi dati con il 95% RC.

Il 95% RC è stato finora messo a punto ed applicato sia per la ricerca di periodicità (cfr. sez. 2.3., sub sulle epoche sovrapposte), sia per la definizione di «*indici di attività*» (sinonimi di «*indici di anomalia*») relativamente a registrazioni geomagnetiche o ionosferiche (Banzon *et al.*, 1992; de Franceschi *et al.*, 1988, 1991, 1991a, 1992, 1993; Zolesi *et al.*, 1988). Precisamente, una data misura $x(d, t_j)$ eseguita nel giorno d e nell'istante t_j dovrebbe essere simile alla medesima misura eseguita nel medesimo istante ma in giorni diversi. Considerate così le misure relative al medesimo istante t_j ma di 30 giorni consecutivi (per esempio scegliendo o i 15 giorni prima più i 15 giorni dopo la data considerata, ovvero tutti i 30 giorni prima) si cercano le pecore nere, si scartano, si rimane con un μ ed un 95% cl. Si dice che μ è il valore «previsto», mentre $[x(d, t_j) - \mu]/[95\%\ \mathrm{cl}]$ è un «*indice di attività*» o geomagnetico o ionosferico. L'idea di principio sembra essere euristicamente promettente. Si spera possa servire anche per lo studio della «zonazione» ovvero della estensione spaziale, e simultaneità o meno, delle perturbazioni geomagnetiche e ionosferiche (cfr. sez. 2.5.).

2.2. *Ricerca di ciclicità*

Un fenomeno naturale varia nel tempo in modo non necessariamente periodico. Di strettamente periodico esistono in natura solo i fenomeni a controllo astronomico (moto della Terra e della Luna): infatti i momenti di inerzia di Terra e Luna sono molto grandi rispetto alle cause che possono alterarne il moto, dunque si può ritenere che la loro dinamica sia praticamente imperturbata, e le conseguenze relative devono dunque denotare una periodicità molto regolare e precisa.

Altri fenomeni, per esempio il ciclo delle macchie solari, o la QBO («quasi-biannual-oscillation») nell'atmosfera, o la rotazione del Sole (vista dalla Terra), non sono strettamente periodici, pur denotando una chiarissima ciclicità (qualunque ne sia la causa).

Per studiare la ciclicità apparente che emerge da un insieme di misure, il miglior strumento è forse l'*algoritmo di Imbò* (1928). Applicato originariamente al sottoinsieme della serie storica delle eruzioni dell'Etna che hanno aperto una nuova bocca eruttiva, si applica molto bene a qualsiasi fenomeno di tipo puntiforme («*point-like*», ovvero del tipo si/no, come un'alluvione, un terremoto, un'eruzione vulcanica, ovvero un fenomeno che può avvenire oppure no, senza possibilità alcuna intermedia). Questo algoritmo opera come segue: si chiami x_j ($j = 1,2,...$) la sequenza delle date degli eventi. Si consideri $y_j = x_{j+1} - x_j$ e si grafichi y_j in funzione di j. Nel caso delle eruzioni vulcaniche, nell'*istogramma di Imbò* così costruito, si vedono molto chiaramente ciclicità denotate da alternanze di intervalli temporali durante i quali le eruzioni si succedono a distanza di pochi anni, con altri intervalli nei quali le eruzioni avvengono a distanza di numerosi anni o decenni. Il fenomeno non è chiaramente periodico, ma appare ciò nonostante ben organizzato, qualunque ne siano le ragioni fisiche([5]).

2.3. *Ricerca di periodicità*

La definizione di un periodo (in senso stretto) è problema logicamente molto delicato (ben più di quanto generalmente ritenuto) e dunque soggetto a possibilità di fraintendimenti ed errori. Prima di considerarne alcuni aspetti tecnici della logica matematica, e dato che questo lavoro è scritto per un pubblico di esperti di geo-e.m., è importante ricordarne un esempio.

È consuetudine studiare la variazione diurna *Sq* del campo geomagnetico individuando i giorni «*quieti*», quindi facendone un'analisi di Fourier con periodo fondamentale 24 ore. Si trovano così ampiezze diverse da giorno a giorno, e si trova che dette ampiezze variano con buona regolarità a seconda della stagione. Ovvero l'ampiezza di un'onda di Fourier con periodo 1 giorno (o di una sua armonica superiore) varia essa stessa con periodo 1 anno (a

stretto rigore contrariamente alle ipotesi di fondo di applicabilità dell'algoritmo di Fourier). Ovvero, a rigore si sarebbe dovuto fare l'analisi di Fourier su un intero anno per calcolare la «vera» componente diurna assieme a quella annuale. Dunque esiste un'onda di 1 anno. Peraltro si dice che l'onda diurna interessa solo il mantello, dato che il nucleo della Terra è schermato dal mantello per periodi brevi come quelli dell'ordine di 1 giorno. Dunque si conclude che l'onda diurna non interessa il nucleo. Ma c'è un paradosso: per il principio di azione e reazione se un oggetto A influenza un oggetto B, anche B influenza A. Se il campo geomagnetico (originato in prevalenza nel nucleo) influenza il vento solare al punto di determinare la formazione della magnetosfera, come asserire poi che il vento solare non influenza il nucleo([6])? È risaputo che per gli addetti ai lavori tutto ciò suona come un'eresia: in effetti le eccessive semplificazioni basate sui «si dice» traggono in grossi inganni, ed il punto cruciale è che a seconda del tema considerato si dà per scontata una diversa definizione di periodicità o di onda (e di filtraggio, cfr. sez. 2.4.).

Bisogna distinguere fra il problema dell'individuazione di una periodicità, e quello successivo del «filtraggio» (cfr. sez. 2.4.) di una onda con periodo già noto e preassegnato. In generale è buona norma diffidare di tutto ciò che si basa su una semplice e meccanica applicazione di un qualche algoritmo matematico che dia sempre, e comunque sempre, un risultato numerico, senza sapere se esso contenga della fisica oppure no.

I metodi più diffusi, e ben noti, sono la ricerca degli spettri di potenza, molto spesso per mezzo della FFT («fast Fourier transform») e quello MEM (della massima entropia). Non si entra qui in dettaglio alcuno, essendo la letteratura in proposito molto vasta e facilmente reperibile. Entrambi soffrono del fatto che non sempre è ben chiaro come poter distinguere ciò che è fisico da quanto è frutto di fluttuazioni statistiche.

Gli spettri di potenza sono nati per lo studio di fenomeni e.m. che avvengono per esempio in un'antenna ricevente: si tratta di un sistema tale che la registrazione temporale del fenomeno è di durata ben maggiore del periodo tipico di risonanza del sistema, per cui il sistema ha tutto il tempo di completare una o più onde complete durante il periodo di registrazione (e può così agire di conseguenza da filtro del segnale ricevuto). Inoltre, fatta la trasformata di Fourier del segnale, se ne considera non già il modulo dell'ampiezza (per ogni frequenza assegnata) bensì il suo quadrato, dato che l'energia di un'onda e.m. è proporzionale al quadrato del campo.

Quando però si applica questa procedura per esempio ad un segnale climatico (temperatura dell'aria, umidità, etc.) le due condizioni di cui sopra (soprattutto la seconda, e che valgono per il caso di un'antenna) non sono più verificate, e ci si chiede che senso fisico abbia considerare il quadrato dell'ampiezza della loro trasformata di Fourier.

Gli spettri di potenza possono venire calcolati solo se si dispone di una serie temporale di dati molto più lunga del periodo massimo da considerare.

Una considerevole limitazione del metodo FFT risiede nel fatto che richiede una serie di dati di partenza da analizzare che deve avere una lunghezza totale preassegnata. Di norma si soddisfa a questa esigenza aggiungendo arbitrariamente un congruo numero di misure fittizie, composte di zeri, o prima o dopo la serie di misure effettive disponibili. Chi fa ciò in generale asserisce che questo non inficia il risultato finale; ma in effetti si può facilmente verificare (ed è ben noto) che l'uso di questa procedura equivale ad osservare una sorgente luminosa puntiforme (mono- o poli-cromatica che sia) attraverso un reticolo di diffrazione.

Quanto al MEM, è oggetto di considerevoli discrepanze di opinioni, avendo anche accesi detrattori. Il suo vantaggio sta soprattutto nel consentire di analizzare serie temporali di durata totale confrontabile con il periodo da individuare, un pregio questo che lo contraddistingue nettamente dagli spettri di potenza.

Ci si indugia qui su altri tre metodi meno diffusi nella letteratura, che sembra offrano particolari vantaggi per alcune applicazioni.

Epoche sovrapposte – Data una serie di dati osservazionali per esempio ad n variabili

(cioè nD), si consideri una rappresentazione grafica della medesima in uno spazio vettoriale lineare $(n + 1)$D, dove l'ascissa è il tempo t, e l'ordinata nD è data da un dato osservazionale composto di n misure simultanee di grandezze diverse (si pensi ad esempio alle pinzette da bucato puntate su un filo e variamente orientate).

Si immagini ora di voler verificare se esiste un certo periodo T. Si immagini di spezzare il grafico nello spazio $(n + 1)$D in segmenti temporali ognuno di durata T, e quindi di sovrapporre questi segmenti.

In questo nuovo grafico «sovrapposto» si calcoli la media mobile (nD) per ogni istante compreso fra 0 e T, e si consideri la distribuzione degli scarti fra ogni dato osservazionale originario (nD) ed il valore della media mobile (nD) ad esso corrispondente.

Su questa distribuzione si calcoleranno infine i parametri 95% cl e $\mathcal{B}$ definiti nella sez. 2.1., al sub sulla ricerca degli «outliers». Ogni valore da essi assunto è funzione del valore prescelto di T. Si ripeta l'algoritmo per ogni valore di T, e quindi si grafichi sia il 95% cl sia $\mathcal{B}$ in funzione di T (invertendo il segno del 95% cl per comodità grafica): le periodicità appariranno allora come picchi.

Ovviamente, il metodo delle epoche sovrapposte implica che se esiste un periodo T_0 si troverà una periodicità apparente anche per ogni mT_0 dove m è un intero qualsiasi. Così pure, se oltre a T_0 esiste una sua armonica di ordine k, in generale si troveranno anche periodicità apparenti per ogni mT_0/k (con m e k interi qualsiasi). Questo insieme di apparenti periodi si chiamerà allora *famiglia di periodicità* con *periodo capostipite* T_0.

Questo algoritmo viene descritto in Gregori (1989) e Banzon *et al.* (1992), che contengono anche riferimenti a diverse applicazioni climatologiche, e l'operatore relativo viene denominato CETRA. È stato applicato per la ricerca di periodicità pluriennali nella variazione secolare geomagnetica, utilizzando i valori annuali delle 3 componenti registrati simultaneamente in 38 osservatori, ovvero su $38 \times 3 = 114$ variabili in uno spazio 115D (de Franceschi *et al.*, 1990). Così pure è stato applicato in uno spazio 25D per la ricerca delle periodicità di un indice ionosferico planetario 24D (de Franceschi *et al.*, 1988, 1991, 1991a, 1992, 1993; Zolesi *et al.*, 1988).

Il vantaggio del metodo delle epoche sovrapposte sta nel fatto che è il più vicino ai criteri intuitivi applicati con una semplice indagine «ad occhio».

EOF (funzioni ortogonali empiriche) ovvero PCA (analisi delle componenti principali) – Viene applicato quando si disponga di misure raccolte in un «*array*» di punti, su una certa area, ripetute numerose volte nel tempo nel medesimo «*array*». Per brevità si indichi simbolicamente con s_j lo stato misurato nell'istante t_j. Si dica che s_1 è uno stato tipico del sistema. Si definisca poi in «*prodotto scalare*» (s_h, s_j) fra due stati s_h ed s_j per mezzo di un integrale del loro prodotto con o senza un eventuale peso esteso a tutta l'area considerata, integrale da calcolarsi numericamente con i valori effettivamente misurati. Due stati s_h ed s_j si diranno dunque «*ortogonali*» quando $(s_h, s_j) = 0$. Quindi si ridefinisca a partire dall'insieme $\{s_j\}$ un nuovo insieme $\{u_j\}$ ottenuto dallo $\{s_j\}$ con il procedimento ben noto di orto-normalizzazione di Schmidt (cfr. per esempio Chapman e Bartels, 1940) ma generalizzato a più dimensioni.

Si saranno così definiti i «*vettori base*» $\{u_j\}$ che contraddistinguono i possibili stati «*ortogonali*» del sistema: questi $\{u_j\}$ sono chiamati anche «*componenti principali*». In generale, solo alcuni di questi $\{u_j\}$ saranno sufficienti a caratterizzare con buona approssimazione qualsiasi stato effettivamente osservato fra tutti gli $\{s_j\}$. Così ognuno degli $\{s_j\}$ potrà venire individuato da un insieme di pochi coefficienti, che sono quelli necessari per descrivere ogni s_j come sviluppo sulla serie degli $\{u_j\}$ (tale serie risulterà infatti troncata dopo alcuni termini).

Questo procedimento si potrà dunque interpretare come un definire un indice (multivariato) di stato del sistema, caratterizzato soltanto da un modesto numero di gradi di libertà.

Si potrà infine procedere alla ricerca di periodicità sulla serie temporale di questo indice multi-variato, o con una semplice rappresenta-

zione grafica ed analisi visiva, ovvero con gli spettri di potenza, o con il MEM, o con le epoche sovrapposte, o con il metodo della sez. 2.3., sub sull'interpolazione su funzione analitica prefissata.

Alcuni esempi di EOF sono forniti nella letteratura citata nella sez. 5.2.

Interpolazione con minimi quadrati su funzione analitica prefissata – Quando è possibile presumere di poter formulare in qualche modo una forma analitica specifica di una funzione interpolatrice, si può applicare il metodo dei minimi quadrati per calcolare i coefficienti numerici della forma analitica prescelta che meglio interpolano i valori misurati.

Con ciò è possibile tenere conto sia di un eventuale «*trend*» di fondo, sia di componenti periodiche, sia di fenomeni di smorzamento, etc. Il metodo si presta molto bene quando i dati osservazionali siano di durata totale limitata (rispetto ai periodi da cercare), come avviene per esempio nello studio della variazione secolare geomagnetica.

Esempi si trovano nella letteratura discussa nella sez. 5.2. Inoltre nello sviluppo del lavoro di de Franceschi *et al.* (1992) gli autori hanno usato questo metodo per isolare nella variazione secolare geomagnetica le prime 7 armoniche del periodo solare di ~22 anni (cfr. sez. 5.1.).

2.4. *Filtraggio («filtering»)*

Individuate le periodicità apparenti del sistema, sarà necessario individuare ogni singola componente che nelle osservazioni possiede un periodo di variazione preassegnato. È questo il problema del «filtraggio».

La procedura corretta è quella di applicare la trasformata di Fourier della serie delle osservazioni; quindi si introduce una «*funzione di sistema*» che ha il compito di assegnare un peso variabile ed opportuno (in funzione della frequenza) al valore della trasformata di Fourier, ed infine si fa la trasformata inversa (cfr. Båth, 1974 o Kulhànek, 1976). Tutto ciò è classico, ben noto, e proceduralmente ben chiarito in ogni dettaglio.

Nelle applicazioni pratiche il punto cruciale è casomai connesso al fatto che il metodo richiede di trattare in linea di principio segnali monocromatici (ovvero «*delta di Dirac*»), quando i segnali sperimentali si riferiscono di norma a dati relativi ad un banda di frequenze stretta ma che non si può sempre assimilare ad una «*delta di Dirac*». Questo può generare difficoltà rilevanti. Il dettaglio del problema richiede uno studio molto lungo ed articolato, per il quale si deve rimandare ad altra sede.

2.5. *Zonazione («zoning»)*

Questo termine è preso in prestito dagli studiosi di sismologia ad indicare l'analisi della distribuzione spaziale di un fenomeno: un sasso che cade in uno stagno provoca una perturbazione ondosa che si propaga per circonferenze in ragione della omogeneità ed isotropia del mezzo, mentre un terremoto provoca danni diversi in relazione alla propagazione anisotropa delle onde nel sottosuolo.

Nel disordine dei fenomeni geomagnetici naturali lo studio della «zonazione» ovvero della distribuzione spaziale e sincronismo dei fenomeni è pochissimo conosciuto (cfr. Lanzerotti e Gregori, 1986). Ad esempio, durante una grande tempesta magnetica del febbraio 1958, Europa ed Americhe rimasero per oltre mezz'ora nell'impossibilità di comunicare dato che la ionosfera era violentemente perturbata, i cavi sottomarini transatlantici ebbero un potenziale elettrico indotto di diverse migliaia di Volts: tutti i sistemi di comunicazione vennero così interrotti (né esistevano satelliti per telecomunicazioni). Per l'intera durata di questo evento eccezionale i cavi telefonici che collegano la California alle Hawaii avvertirono invece soltanto una piccola perturbazione. Ciò vuol dire che perfino un evento «planetario» come lo svilupparsi di una grande «corrente ad anello» (tipico della fase principale di una tempesta magnetica) non è per nulla planetario, ma può essere confinato a settori ristretti di longitudine. Similmente, nessuno sa dire quanto è esteso spazialmente un fenomeno come una «baia» geomagnetica.

I sismologi utilizzano i tempi diversi di ar-

rivo di un'onda sismica in diverse località del globo al fine di studiare la struttura interna della Terra. I geomagnetologi sembra proprio non abbiano mai utilizzato i diversi tempi di occorrenza di un fenomeno per studiarne le cause, la morfologia, le implicazioni,... La difficoltà maggiore per un tale approccio è costituita dalla morfologia apparentemente caotica dei fenomeni, che è il risultato di una sovrapposizione di effetti, contro-effetti, reazioni diverse di un sistema fisico che non è mai in equilibrio, bensì è in uno stato permanente di evoluzione dinamica, nell'inseguimento di un equilibrio che non riesce mai a raggiungere.

Un grande passo avanti fu fatto negli anni '30 da Julius Bartels e Sydney Chapman: il lavoro di «scansione del naturalista» (cfr. sez. 2.1.) portò al riconoscimento 1) delle tempeste geomagnetiche ed alla loro articolazione morfologica in diverse fasi, 2) della variazione diurna solare *Sq*, 3) della variazione diurna lunare *L*, infine 4) di tutte le altre perturbazioni geomagnetiche «tipiche» diventate poi classiche. Vennero allora definiti degli «*indici geomagnetici*» (medi su 3 ore di registrazioni) che sono essenzialmente gli stessi ancora in uso. Furono questi risultati molto importanti che riuscirono a mettere ordine in un settore prima quanto mai problematico e confuso.

Oggi, con lo sviluppo dei PC è possibile andare ben oltre quella semplice catalogazione morfologica intuitiva e visiva. La proposta è dunque quella di definire degli indici *multivariati* (non vi è alcun motivo infatti che un sistema fisico tanto complesso abbia un solo grado di libertà) ed «*istantanei*» (per esempio calcolando l'indice ogni 2.5 minuti di registrazione, od anche su intervalli di tempo più brevi) tramite le procedure suggerite nella sez. 2.1. al sub sulla ricerca degli «outliers». L'uso di questi indici (de Franceschi *et al.*, 1993) si spera possa finalmente consentire di applicare anche nel geomagnetismo l'uso dei diversi tempi di occorrenza di una determinata morfologia in diverse località, al fine di studiare le cause e la propagazione dei fenomeni magnetosferici e ionosferici, nonché le modalità del fluire delle correnti telluriche sulla grande scala (continentale e planetaria) che, come si dirà nella sez. 4.3., sub sulle trasformazioni lineari, producono fenomeni oggi essenzialmente sconosciuti e che condizionano negativamente ed in modo forse anche spesso determinante, la prospezione con l'induzione e.m.

Lo studio della «zonazione» di un fenomeno, geo-e.m. od altro, è dunque un aspetto fondamentale della metodologia dell'indagine sulla morfologia di un fenomeno. Si noti come questa esigenza sembra essere poco sentita dagli studiosi. Evidentemente ci si affida normalmente ad un approccio più semplicistico ed intuitivo: raccolti un po' di dati osservazionali, se ne fa una trattazione matematica o statistica in qualche modo, cercando un riferimento ad un lavoro in letteratura, del quale ci si limita normalmente a ripetere la procedura in maniera più o meno acritica... e così via.

2.6. *Alcune considerazioni generali*

Il chiarirsi le idee sul perché si applicano o meno determinate procedure, il riconoscere quali sono gli oggettivi limiti logici intrinseci di un algoritmo (come la FFT, o i polinomi associati di Legendre, o il MEM, etc.) non sono certo problemi oziosi: leggendo la letteratura è lampante che solo pochi autori sembrano porsi questi problemi, con il risultato che gran parte della produzione scientifica appare ripetitiva, quasi riprodotta in fotocopia pur se riferentesi a situazioni sperimentali diverse. Esistono molti pacchi di osservazioni analizzati senza la dovuta cura e solo come emulazione di altri; è questa una metodologia «di opinione» o «di consenso» (basata sul presupposto che se altri fanno in un certo modo, ognuno si ritiene autorizzato ad operare e pubblicare in quello stesso modo). Se poi si considerano le situazioni di «disagio» che talvolta si vengono a generare (emblematicamente si veda la sez. 4.4.) ben si vede come gli aspetti metodologici non siano mai ovvi, anzi sono una fra le condizioni necessarie più importanti al fine di evitare di «sciupare» malamente una dovizia di dati sperimentali raccolti con tanta cura, con perizia, e con sacrifici.

3. Con campo magnetostatico

Il campo magnetostatico serve per lo studio delle strutture del sottosuolo da due punti di

vista: 1) il più comune concerne lo studio delle *anomalie magnetiche*, associate a particolari strutture nella crosta e generalmente di modesta profondità; 2) un altro punto di vista concerne lo studio dei processi molto profondi che sono responsabili per la generazione del campo magnetico della Terra, noti come problemi della «geodinamo». Questo scritto si limita al solo primo tipo di problemi, dato che il secondo punto di vista richiederebbe una lunga rassegna a sé.

La metodologia interpretativa è comune sia alla prospezione magnetica, sia a quella gravimetrica, sia a qualsiasi altro parametro fisico o chimico che venga misurato in un «*array*» di punti che coprano un'area assegnata di indagine (per esempio di temperatura, di attività o composizione chimica di fumarole, etc.). Va inoltre sottolineato come l'analisi che verrà qui semplicemente indicata per una sola misura (ovvero o magnetica, o gravimetrica, o altra), potrebbe facilmente venire eseguita anche con una variabile *n*D, cioè facendo un'indagine combinando assieme tutti i tipi di misure eseguite in uno stesso punto dello «*array*» che ricopre l'area di studio.

Nel caso di fenomeni come il campo geomagnetico che sono caratterizzati da variazioni temporali (oltre che spaziali) è necessario separare due componenti nella misura effettivamente eseguita, quella di variazione temporale che non interessa, e quella di variazione spaziale (che interessa).

Questo problema viene di norma risolto eseguendo una misura magnetica simultanea (a quella del punto «mobile» nello «*array*») con uno strumento ubicato in luogo fisso nei pressi dell'area da studiare: si provvederà poi a sottrarre dalla misura eseguita nel punto mobile quella eseguita nel punto fisso, nella presunzione che la variazione temporale del campo sia identica nei due punti. Ovviamente, non vi è alcun motivo di principio per cui questa approssimazione sia valida. Secondo il senso comune, se si presume che la variazione spaziale sia sensibilmente più intensa di quella temporale, l'operazione non dovrebbe introdurre sensibili approssimazioni. Non sempre è così. Il problema effettivo è connesso alla «zonazione» della perturbazione esterna (cfr. sez. 2.5.).

Un approccio che eviti questa approssimazione richiede l'uso del CGDS (cfr. sez. 4.3. al sub sulle trasformazioni lineari, sub sui due diversi punti di vista), ma sarebbe molto oneroso in termini sia pratici (sia organizzativi che finanziari), sia elaborativi (e la relativa discussione richiederebbe troppo spazio per questa sede). In quanto segue ci si atterrà pertanto all'approccio tradizionale approssimato, che peraltro ha presumibilmente margini molto ampi di applicabilità.

Tre tipi di problemi vanno distinti: 1) di interpolazione; 2) di RRA («regional residual analysis») e 3) di inversione.

3.1. *Interpolazione*

Eseguite le misure in un «*array*» discreto di punti, sarà necessario interpolare i punti misurati con una funzione continua che consenta di tracciarne le isolinee, o linee di livello. Spesso ci si accontenta di un risultato «esteticamente» soddisfacente, e ci si affida a software commerciale. È necessario tuttavia sapere che cosa si sta facendo dei dati disponibili, per poter valutare appieno il significato del risultato finale. A questo scopo bisogna considerare la logica che sta dietro a questa operazione. L'interpolazione può venire eseguita da due diversi punti di vista: 1) «pezzo a pezzo» («*piecewise*») oppure 2) globale. Ognuna ha dei limiti logici intrinseci.

Interpolazione «pezzo a pezzo» («piecewise») – Per conoscere il valore della funzione in un punto P_0 non misurato, si possono usare i punti misurati $\{P_j\}$ (con $\{j\}$ opportuno) ad esso contigui, ed usare una qualche funzione interpolatrice arbitraria (per esempio polinomiale). È essenzialmente arbitrario poi anche lo stabilire se dare o meno un peso differenziato ad ogni P_j utilizzato, in dipendenza 1) della sua distanza da P_0 oppure 2) della densità spaziale dei $\{P_j\}$. Il criterio della distanza è intuitivo, mentre quello della densità dei punti si incontra per esempio quando si interpola una funzione su tutta la Terra dove le misure sono ovviamente eseguite in maniera spazialmente disuniforme: si può allora assegnare ad

ogni P_j un peso inversamente proporzionale al numero totale di punti P_k (con $k \neq j$ oppure $k = j$) che cadono all'interno di una calotta sferica di centro P_j e raggio assegnato arbitrariamente prefissato.

La scelta del criterio da adottare dipende dalla fisica che si sta indagando. Per esempio Schirmer (1986) (cfr. sez. 5.1.) ha cercato la componente della variazione secolare geomagnetica che è di origine esterna, sottraendo un «*trend*» polinomiale di grado arbitrario, da determinarsi a posteriori in modo che il residuo dell'interpolazione abbia la massima correlazione con l'attività solare.

Un metodo «pezzo a pezzo» è anche quello delle «*spline functions*» che è un perfezionamento di quanto sopra detto, nel senso che ci si preoccupa di evitare che la funzione ottenuta dall'interpolazione «pezzo a pezzo» mostri delle discontinuità nelle derivate di ordine superiore (come di norma avviene se non si adottano opportuni accorgimenti). Ma al di là di fattori puramente estetici, talvolta la fisica della scelta delle «*spline functions*» può venire o meno variamente motivata da caso a caso.

Fra gli infiniti metodi «pezzo a pezzo», quello che è certamente il più rigoroso è quello dell'*analisi oggettiva*. Messo a punto dai geodeti, viene ora estesamente applicato anche in oceanografia e nel trattamento delle immagini di telerilevamento da satellite. È quanto di meglio si possa raccomandare. Esistono anche pacchi di software commerciale, ed il loro uso può richiedere un certo studio (cfr. Bretherton *et al.*, 1976 e 1980; Robinson e Leslie, 1985; Robinson *et al., 1987;* Hecht *et al.*, 1988).

Interpolazione globale – Esistono quattro procedimenti: 1) con semplici polinomi; 2) con funzioni ortogonali e continue; 3) con funzioni ortogonali e discontinue e 4) con EOF (funzioni ortogonali empiriche).

1) I semplici polinomi elementari sono la scelta più immediata, alla quale possono mancare i vantaggi dei polinomi ortogonali (cfr. più sotto), ma che in altre circostanze (per esempio quando si abbia a che fare con funzioni monotone) è la scelta più efficace.

2) Le funzioni ortogonali (e continue) sono concettualmente da preferirsi, in generale, alle funzioni non ortogonali (come i semplici polinomi) in quanto, a parità del numero di coefficienti da ottimizzare (con i minimi quadrati), evitano che diversi termini della funzione interpolatrice finiscano di dover togliere ed aggiungere più volte la medesima quantità. In altre parole, consentono di trovare una sommatoria più rapidamente convergente al valore da interpolare.

Quali funzioni ortogonali scegliere? La scelta più opportuna è determinata dalla fisica: se si conosce l'equazione che governa il fenomeno da studiare (per esempio l'equazione di Laplace per un potenziale o geomagnetico, o gravitazionale), la miglior scelta è quella di funzioni ortogonali che soddisfino alla medesima equazione. Per il problema della scelta generale ci si può rifare per esempio a Bateman (1953; vol. 2, cap. X). Nel caso dell'equazione di Laplace queste funzioni si chiamano *armoniche sferiche*, delle quali esistono in linea di principio infinite possibili scelte, quella formalmente più semplice essendo per mezzo dei *polinomi associati di Legendre*. È divenuta pertanto consuetudine fare un grande uso di questi ultimi, molto spesso anche quando manca la motivazione dell'equazione di Laplace. È il caso, al proposito, di mettere in guardia da un uso troppo disinvolto di questo algoritmo. Precisamente, si tenga presente quanto segue.

Se si applica ai polinomi elementari il procedimento di ortonormalizzazione di Schmidt, si ottengono (cfr. Courant e Hilbert, 1953) i *polinomi di Legendre*. Questi non vanno confusi con quelli «*associati*» che Legendre pubblicò nel 1789 e che aveva derivato, a partire dai primi, per lo studio della forma della Terra e dei pianeti. Questi sono infatti degli algoritmi molto efficaci per questo scopo, nel senso che la forma di un pianeta risulta da uno sviluppo in serie su polinomi associati di Legendre, sviluppo che con pochissimi termini già tiene conto della gran parte di tutti i suoi dettagli morfologici. I geodeti hanno poi fornito varianti per rendere ancora più efficiente il metodo, con le *armoniche ellissoidali* (cfr. per esempio Heiskanen e Moritz, 1967) per gli el-

lissoidi biassiali, e con le *funzioni di Morera* (cfr. Caputo, 1967) per gli ellissoidi triassiali (come nel caso della Luna).

Nel caso del campo geomagnetico, l'algoritmo, pubblicato per la prima volta da Gauss nel 1839 e oggi un classico, si rivela ancora particolarmente efficace dato che il campo geomagnetico è prevalentemente dipolare (come aveva pubblicato nel 1600 il medico della regina Elisabetta, William Gilbert).

Questi successi applicativi, che hanno una ragione fisica ben importante, non implicano però che l'algoritmo in sé sia parimenti efficace anche in altre applicazioni dove la motivazione fisica non è parimenti stringente. Ad esempio, nello studio della tomografia sismica della Terra si deve sviluppare una funzione interpolatrice delle tre variabili spaziali: per latitudine e longitudine si usano polinomi *associati* di Legendre, e per la variabile radiale si sono introdotti polinomi di Legendre (*semplici*, non associati). Quest'ultima scelta è stata però infelice, in quanto le grandezze da interpolare (le velocità di onde sismiche all'interno della Terra) sono grosso modo monotone: i semplici polinomi elementari sono monotoni, per cui sarebbero andati benissimo allo scopo, mentre i polinomi di Legendre sono oscillanti pressappoco come una sinusoide (cfr. per esempio Chapman e Bartels, 1940) per cui l'interpolazione per loro tramite di una funzione monotona richiederebbe a rigore un numero molto grande di termini, e non solo 4 o 5 come nell'applicazione fatta alla tomografia sismica. Questa «svista» ha determinato diatribe fra scuole diverse, non ancora completamente sedate([7]).

Altri tipi di difficoltà si incontrano quando il campo di definizione della funzione da interpolare non coincide con un'intera sfera, ma ad esempio solo con una sua calotta. Questo tipo di problemi è stato affrontato da Kerridge e de Santis (1988), de Santis *et al.* (1990) e de Santis (1991) a cui si rimanda.

3) L'interpolazione con funzioni ortogonali discontinue (di Walsh e similari) ha avuto considerevoli sviluppi nelle applicazioni alla progettazione di circuiti elettronici. Intuitivamente, si tratta di usare funzioni che assomigliano (con un linguaggio improprio ma espressivo) a «sinusoidi di forma quadrata», o «onde rettangolari», come «un motivo decorativo a greca» e che sono l'equivalente delle funzioni trigonometriche in uno sviluppo di Fourier (cfr. Beauchamp, 1984 e Golubov *et al.*, 1991. Sono state fatte applicazioni alla sismologia (cfr. bibliografia in Beauchamp, *ibidem*) in ragione di economia di memoria, di tempi di elaborazione e di utilizzo di calcolatori di dimensioni modeste.

4) Il metodo della EOF è già stato accennato nella sez. 2.3., al sub corrispondente, al quale si rimanda.

I limiti logici – L'interpolazione «pezzo a pezzo» è più convincente, dato che lascia maggior libertà al sistema fisico nel cercarsi l'andamento più consono all'evidenza sperimentale oggettiva. Peraltro, l'interpolazione «pezzo a pezzo» non può certo essere di molto aiuto nell'individuazione delle equazioni che governano il sistema. Ad esempio, Gilbert aveva intuito con un modello di «*terrella*», cioè di tipo analogico, la natura essenzialmente dipolare del campo geomagnetico, ma i progressi conoscitivi sostanziali si sono avuti solo quando Gauss ha usato i polinomi associati di Legendre.

L'uso di funzioni interpolatrici analitiche ha dunque grandi vantaggi euristici, legati essenzialmente alla «semplicità» logica dell'algoritmo che ben si adatta alle esigenze di sintesi nei termini «semplici» richiesti dalla mente umana.

Tuttavia, le funzioni analitiche «semplici» hanno (proprio in ragione della loro «semplicità» logica) delle periodicità spaziali, o ripetitività, intrinseche, connesse alla loro stessa definizione matematica («semplice» appunto) per cui ad esempio se si ha un massimo ad una certa longitudine, se ne dovrebbero avere altri equispaziati in longitudine. Sono queste cose ben note: naturalmente, non vi è alcuna ragione fisica per tutto ciò, bensì è solo uno scomodo sottoprodotto della «semplicità» matematica tanto invocata, e senza le opportune cautele ciò può portare a conseguenze interpretative false e fuorvianti.

In sintesi, si ha un conflitto fra 1) esigenza di «semplicità», 2) le conseguenti ripetitività spaziali che sono fisicamente spurie e talvolta fuorvianti e 3) le esigenze fisiche della realtà oggettiva, che poco si lascia imbrigliare negli schemi logici semplici che piacciono allo sperimentatore.

3.2. *RRA («regional residual analysis»)*

Eseguita una campagna di misure, raccolte nei punti di un «*array*» che copre un'area assegnata, e tracciate (eventualmente) le isolinee con un'opportuna interpolazione, l'analisi successiva è volta ad interpretare il significato della mappa così tracciata. Si sottolinea che l'analisi qui descritta nel seguito si può applicare indifferentemente sia ai punti di misura originali di partenza, sia, se si preferisce, a punti di misura di un nuovo «*array*» fittizio, i cui valori di misura sono letti sulla mappa interpolata. In ogni caso ci si riferisce nel seguito ad un insieme di punti di misura di un «*array*» assegnato e comunque definito, e che copre l'area da studiare.

Lo scopo della RRA è quello di riconoscere corpi nel sottosuolo di diversa scala spaziale, di diversa origine, e dunque di diversa presunta profondità. Queste distinzioni si basano su argomenti di plausibilità, di senso comune, piuttosto che su stringenti motivi matematici. Un linguaggio qualitativo consueto è distinguere strutture su scala planetaria, continentale, regionale, locale, etc. È curiosa in proposito la seguente citazione riportata da Nettleton (1954) e riferita genericamente ad un geologo: «*the regional is what you take out in order to make what's left look like the structure*».

Due stadi logici vanno distinti nella RRA: 1) la ricerca degli «*outliers*» (o pecore nere) e 2) lo studio dell'andamento continuo del fondo.

1) Della ricerca delle pecore nere si è già detto al sub corrispondente della sez. 2.1. Lo scopo è quello di individuare corpi nel sottosuolo la cui dimensione spaziale sia inferiore o confrontabile alla distanza media fra i punti dello «*array*». Bisogna dunque individuare punti che danno luogo a misure che si discostano nettamente dall'andamento apparentemente «*smooth*» delle misure di tutti gli altri punti ad essi circostanti. Si noti che in genere tali punti pecore nere vengono considerati come punti spuri e semplicemente eliminati dall'insieme delle misure valide, anche facendo ciò talvolta in modo automatico durante lo stesso processo di interpolazione. Questo procedimento può essere giustificato nella prospezione per fini geologici (dato che un corpo di interesse geologico ha sempre dimensioni maggiori della distanza dei punti misurati), ma è chiaramente autodistruttivo ad esempio nel caso della prospezione archeologica.

2) Eliminate le pecore nere, che verranno studiate a sé, i punti che rimangono descrivono una funzione che verrà qui chiamata f e che sembra variare in modo «*smooth*» sull'intera area studiata.

Un procedimento consueto nella letteratura è lo «*smoothing*», ovvero quello di tracciare una nuova mappa, dove ad ogni punto si associa il valore medio assunto dalla funzione f in un cerchio che ha centro nel punto medesimo e raggio r assegnato (fig. 2a). Una variazione di questo metodo è il «metodo di Griffin» per il quale il valore medio di f non viene calcolato come media su tutta l'area del cerchio sopra definito, bensì soltanto sulla sua circonferenza (fig. 2b) (ciò viene fatto per motivi di rapidità dell'operazione numerica, quando questa viene eseguita manualmente).

Tuttavia, diversi autori applicano lo «*smoothing*» usando cerchi di raggio diverso e con densità diverse di punti di «*array*» di partenza: il risultato è allora che non è possibile confrontare fra di loro risultati ottenuti da autori diversi ed analizzati per lo «*smoothing*» con procedure diverse.

È possibile dimostrare in dettaglio (da pubblicare) che a stretto rigore tutti i diversi procedimenti possono venire ricondotti ad un unico risultato. Precisamente un'analisi di «*smoothing*», è equivalente a considerare lo sviluppo di MacLaurin della funzione f nell'intorno di ogni punto assegnato, e quindi a tracciare le mappe delle isolinee delle derivate parziali

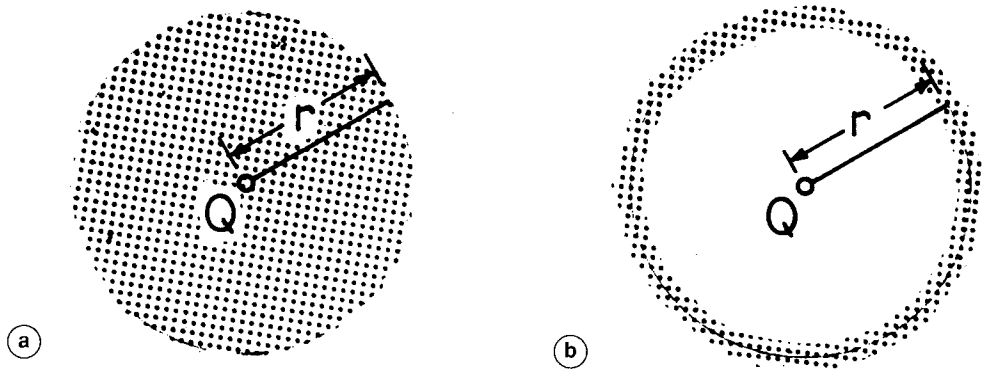

Fig. 2. a) Lo «*smoothing*» viene di norma eseguito sostituendo ad ogni valore dello «*array*» il valore mediato entro l'area di una maschera circolare di raggio arbitrario prefissato. In generale diversi autori usano raggi diversi della maschera, anche in dipendenza della densità dei punti dello «*array*». b) Una variante del metodo precedente è il «*metodo di Griffin*» che usa ancora la medesima maschera della fig. 2a però calcola il valore medio della misura sulla sola circonferenza della maschera. Si può dimostrare (non pubblicato) che i due metodi sono riconducibili l'uno all'altro con opportune trasformazioni e scelte dei rispettivi raggi della maschera, etc. e sono entrambi riconducibili al tracciamento di isolinee di derivate parziali di ordine superiore della funzione da lisciare e che compaiono nel suo sviluppo di MacLaurin nell'intorno di ogni punto assegnato.

della f di diverso ordine, miste oppure no, ovvero di $(\partial^{p+q} f)/(\partial^p x\ \partial^q y)$ dove x ed y sono due coordinate cartesiane ortogonali tracciate sull'area da studiare, e p e q sono due interi positivi. In effetti il tutto si può mostrare essere riconducibile ad uno «*smoothing*» eseguito con maschere rettangolari o destra, o sinistra, o superiore, od inferiore (come nella fig. 3) anziché con maschera circolare come nella fig. 2.

Ciò è tutto quanto si può concettualmente ricavare dallo «*smoothing*», ovvero le mappe delle isolinee delle $(\partial^{p+q} f)/(\partial^p x\ \partial^q y)$. Se queste possano o meno avere un significato relativamente all'interpretazione fisica, è problema da chiarirsi da caso a caso in dipendenza di ciò che si vuole studiare, anche in connessione con il passo delle misure effettivamente seguite nello «*array*», etc. Non è possibile dare a priori regole logiche comuni a tutti i casi.

3.3. *Inversione*

Un'ampia letteratura concerne l'*inversione*, ovvero il problema dell'individuazione di corpi nel sottosuolo aventi forma geometrica semplice, prescelta arbitrariamente e le cui dimensioni, profondità e caratteristiche fisiche medie, siano stimate ottimizzando con i minimi quadrati l'effetto da loro prodotto sulle mappe tracciate.

Il problema è notoriamente indeterminato (ad esempio un corpo di intensa magnetizzazione, di piccola estensione, e molto profondo produce lo stesso effetto di un corpo di minor magnetizzazione, di maggiore estensione e di minor profondità, etc.).

Questo approccio può tuttavia essere talvolta utile quando lo si applichi «con ragionevolezza», integrando cioè l'indagine da caso a caso con indizi (geologici o di altra natura) sulle dimensioni presunte e sulla natura del corpo che si può ritenere di aver individuato.

4. Con campi e.m. variabili nel tempo ($T < 2$ ore)

Mentre il campo magnetostatico concerne lo studio della magnetizzazione permanente dei corpi nel sottosuolo, i campi e.m. variabili nel tempo riguardano gli effetti delle correnti

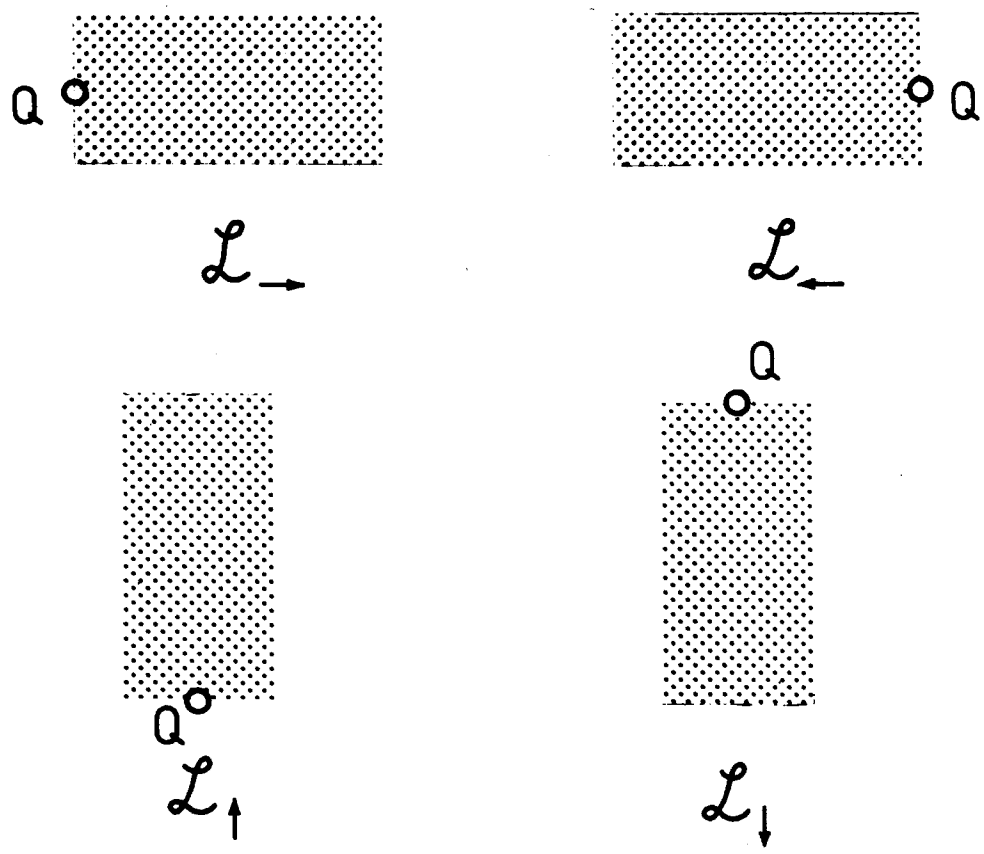

Fig. 3. Il procedimento di «*smoothing*» più generale possibile si può ottenere (non pubblicato) usando maschere rettangolari (destra, sinistra, superiore, inferiore, a seconda dei casi) di dimensioni opportune, grazie alle quali è possibile tracciare le isolinee delle derivate parziali della funzione da lisciare, di ogni ordine e rispetto alle due coordinate spaziali che descrivono lo «*array*». Come caso particolare si possono così ottenere anche i medesimi risultati che si hanno usando le maschere della fig. 2.

elettriche transienti nel sottosuolo, e dunque riflettono le caratteristiche di *conducibilità elettrica*.

Diversi problemi metodologici vanno affrontati quando si considerino diverse frequenze. Una netta distinzione va fatta a seconda che il segnale e.m. abbia periodo inferiore o superiore a ~2 ore. Infatti, per i periodi inferiori i metodi sono quelli cosiddetti della «*induzione e.m.*» ed hanno attratto l'attenzione di numerosi studiosi della prospezione geofisica, mineraria, petrolifera, geotermica, etc., mentre i periodi maggiori sono l'oggetto dell'attenzione degli studiosi della struttura profonda della Terra.

Il confine fra i due approcci (cioè $T \sim 2$ ore) è essenzialmente determinato dalla evidenziabilità del «*piano di Parkinson*»: questo è definito dal piano di polarizzazione apparente della perturbazione geomagnetica osservata, piano che si evidenzia chiaramente essere funzione della geomorfologia locale (coste, tettonica, etc.) e non della sorgente esterna (per una rassegna completa si può vedere Gregori e Lanzerotti, 1978-79, 1980, 1981, 1982a, 1984).

Nei metodi della «*induzione e.m.*» il limite inferiore del periodo T è nell'ordine del minuto. A questo proposito va fatta una precisazione: il piano di Parkinson viene sempre osservato, e viene sempre dato per scontato che il suo orientamento è funzione della geomorfologia locale, non già della polarizzazione della sorgente esterna alla Terra. Per contro, gli specialisti di «pulsazioni» geomagnetiche (che sono variazioni periodiche, veri e propri treni d'onda molto ben definiti ed osservati di quando in quando con periodi nell'intervallo fra $\sim n$ s e $\sim n$ 100 s) asseriscono che il piano di polarizzazione osservato è in pratica funzione esclusivamente della sorgente esterna (magnetosferica) della pulsazione medesima. Vi è dunque una netta contraddizione fra le due conclusioni, dato che vi è una sovrapposizione dell'intervallo delle frequenze considerate dai due settori specialistici: il problema è aperto ed insoluto.

L'approccio interpretativo dei metodi della «*induzione e.m.*» avviene secondo tre filoni metodologici: 1) procedimenti di «*(forward) modelling*» in 1D, o 2D, o 3D; 2) procedimenti di «*inversione*»; 3) procedimenti di «*data handling*» detti anche «*di trasformazione*».

4.1. «*(Forward) modelling*» *(1D, 2D, 3D)*

Si presume di conoscere forma e dimensione di eventuali corpi nel sottosuolo, ovvero le sue stratificazioni più o meno regolari, od interrotte da cambiamenti di geometria, etc. In altre parole si presume di conoscere tutto tranne la conducibilità elettrica di ogni regione dello spazio, definita dalla geometria prefissata e presunta nota a priori come detto sopra.

Assegnata una sorgente e.m. esterna che pure si presume nota, il «*forward modelling*» o brevemente «*modelling*» concerne il calcolo del campo e.m. osservato in ogni punto del sistema considerato. Lo scopo finale è il calcolo della conducibilità elettrica nelle diverse regioni spaziali del modello geometrico. Ovvero si assume che la geometria sia nota, e si fa un'ottimizzazione del modello con i dati sperimentali calcolando i valori più opportuni delle conducibilità elettriche. Alcune versioni più perfezionate consentono anche di ottimizzare qualcuna delle dimensioni della geometria del sistema.

La bibliografia è sintetizzata nella tabella II, dove vengono anche distinti i diversi approcci denotati dalle sigle DE, FD, FE, IE, «hybrid», «thin sheet», nonché i modelli analogici di laboratorio.

Tutte queste sigle sono autoesplicative, tranne «thin sheet» (che concerne lo studio di induzione entro conduttori rappresentati da fogli di spessore nullo e di conducibilità elettrica variabile da luogo a luogo), ed i modelli analogici di laboratorio (che sono modellini in scala della geometria presunta, nonché delle relative conducibilità elettriche, con i quali si procede poi a misurare sperimentalmente i campi magnetici generati nei vari punti del modello e si cerca di alterarne le caratteristiche costitutive fin tanto che si riesce a simulare i medesimi andamenti osservati in una prospezione su campo).

4.2. «*Inversione*»

Dato un insieme di misure e.m. (magnetiche o magnetotelluriche) raccolte in un «*array*» che copre un'assegnata area, calcolare la distribuzione della conducibilità elettrica del sottosuolo.

Naturalmente il problema non è sempre univocamente definito e lascia spazio all'indeterminazione. Dunque anche i problemi di unicità hanno dato luogo ad ampie discussioni. In generale, quando sia nota la geometria del sistema (a stratificazioni, orizzontali oppure no) la soluzione sembra essere unica. La tabella III fornisce alcune indicazioni bibliografiche.

4.3. «*Data handling*» *(o «di trasformazione»)*

Vanno sotto questo nome i metodi che non mirano ad ottenere direttamente una stima della conducibilità elettrica del sottosuolo e della sua struttura geometrica, bensì cercano, con una opportuna elaborazione dell'informazione osservazionale, di definire degli opportuni pa-

Tabella II. «(Forward) modelling» (1D, 2D, 3D).

– DE (eq. differenziali)	Vozoff (1980)
– FD (differenze finite)	Tarlowski (1982)
– FE (elementi finiti)	Hohmann (1983)
	Varentsov (1983)
	Jones (1983) («channeling effects»)
	Kaikkonen (1986)
	Poll *et al.* (1989)
	Winch (1989)
	Chave *et al.* (1989)
	Travis e Chave (1989)
	Jiracek (1990)
	Cerv e Pec (1990)
– IE (eq. integrali)	*idem*
– «Hybrid» (ibrido DE più IE)	*idem*
– «Thin sheet»	*idem*
– Modelli in scala, analogici di laboratorio	Dosso *et al.* (1989)

rametri che siano indicativi di particolari strutture. In altre parole, si cerca di isolare ciò che dipende dalla sorgente esterna da quanto invece dipende dalla struttura del sottosuolo: una opportuna mappa di questi parametri potrebbe essere infatti euristicamente ben più utile dal punto di vista della prospezione che non la ricerca di una quasi impossibile rigorosa «inversione» in senso stretto.

Questi metodi vengono suddivisi in due ampie classi: 1) trasformazioni lineari e 2) trasformazioni integrali.

Trasformazioni lineari – Per quanto riguarda le trasformazioni lineari, la tabella IV dà alcune indicazioni bibliografiche. Per una loro descrizione è opportuno distinguere ancora diverse classi o punti di vista: 1) operatori magnetotellurici; 2) operatori induttivi; 3) due punti di vista (a priori ed a posteriori).

Un limite fisico e concettuale di questo tipo di approccio è il seguente. Questi operatori definiscono una relazione operazionale lineare fra campi vettoriali diversi (contraddistinti da un apice diverso). La linearità della relazione è logicamente ben motivabile come conseguenza della linearità delle equazioni di Maxwell. Pertanto se il sistema può venire considerato «isolato» e soggetto semplicemente all'azione di un campo inducente originato esternamente al sistema, e se tutte le correnti elettriche che fluiscono nel sistema per indu-

Tabella III. «Inversione».

	Vozoff (1980)
	Tarlowski (1982)
	Varetsov (1983)
	Hermance *et al.* (1989)
	Eaton and Hohmann (1989)
	Oldenburg (1990)
– Problemi di esistenza, di unicità, di calcolo	Parker (1983)

Tabella IV. Trasformazioni lineari

(In generale si riferiscono a misure eseguite in un solo punto, quantunque presumano un «*array*» di punti, con misure che possono essere sia non-simultanee, sia simultanee, a seconda del tipo di applicazione considerato)	Berdichevsky e Zhdanov (1984) Spichak (1990) Niblett e Honkura (1980) Menvielle (1988) Berdichevsky *et al.* (1989) Honkura *et al.* (1989) Avdeev *et al.* (1989) Parkinson (1989) Jiracek *et al.* (1989) Cerv e Pec (1990) Spichak (1990)

zione sono la conseguenza degli effetti prodotti da quella sola sorgente esterna che si suppone possa venire *integralmente* descritta dal campo e.m. di origine esterna osservato nel luogo di misura, allora l'approccio con trasformazioni lineari è concettualmente ineccepibile (sempre che la definizione dei due tipi di campi da supporre legati con un operatore lineare sia logicamente corretta; non è sempre così, come si dirà al sub sui due diversi punti di vista).

Ma il sistema non è mai isolato, la Terra è molto più grande dello «*array*» misurato, e fenomeni indotti in altre regioni del globo possono provocare correnti telluriche che, originate altrove, provocano delle correnti canalizzate in opportune strutture conduttrici. Per questo motivo ciò che viene misurato in un assegnato punto è in effetti il risultato non soltanto della induzione e.m. nell'area immediatamente circostante il punto della misura, ma anche di forze elettromotrici che vengono applicate esternamente all'area considerata e che non hanno dunque alcunché in comune con il campo esterno che «piove» al di sopra dell'area medesima.

Il problema è dunque quello della «zonazione» (cfr. sez. 2.5.), ovvero della definizione della dimensione spaziale dell'area entro la quale si può presumere valida una mera ipotesi di pura induzione (e dunque di trascurabile canalizzazione di correnti telluriche «esterne»). In altre parole, supponiamo in linea di principio di avere la possibilità di misurare direttamente il campo magnetico $\boldsymbol{B}^e$ di origine esterna che «piove» sull'area considerata: quanti sono i gradi di libertà che implicitamente esso rappresenta? Per esempio se a Roma si misura un dato $\boldsymbol{B}^e$, ci si chiede se è possibile asserire che conoscendo $\boldsymbol{B}^e$ a Roma si può di conseguenza sapere qual è il $\boldsymbol{B}^e$ che si misura simultaneamente a Wellington in Nuova Zelanda. Se la risposta fosse affermativa, allora bisognerebbe concludere che diversi $\boldsymbol{B}^e$, misurati a Roma in tempi diversi, implicano diversi $\boldsymbol{B}^e$ misurati a Wellington (ed in ogni altra parte del globo più vicina a Roma di Wellington che ne è agli antipodi). Se la risposta fosse invece negativa, la domanda si pone: qual è la massima distanza da Roma di un luogo il cui $\boldsymbol{B}^e$ sia effettivamente ancora molto ben correlato con il $\boldsymbol{B}^e$ di Roma?

Come già detto nella sez. 2.5., si dica subito che, anche semplificando il problema in modo molto più grossolano, e considerando soltanto quegli eventi anomali che sono le perturbazioni geomagnetiche di vario tipo, la scala spaziale di una tale perturbazione (per esempio quanto è estesa spazialmente una «baia», o perfino l'effetto della «corrente ad anello») è un aspetto ancora praticamente totalmente sconosciuto.

A maggior ragione pertanto si deve concludere che si è oggi totalmente incapaci di dare un'indicazione realistica della dimensione spaziale dell'area entro la quale è ammesso applicare le ipotesi di fondo per la validità dell'uso di un operatore di trasformazione lineare

dell'induzione. Nel permanere di questo dubbio, è comunque in ogni caso ragionevole provare ad applicare le ipotesi implicite in una trasformazione lineare, avendo peraltro l'accortezza di ricordare che eventuali difficoltà interpretative dell'analisi successiva potrebbero essere la conseguenza di correnti telluriche canalizzate da altre regioni del globo.

Trasformazioni lineari – Operatori magnetotellurici – La loro definizione è sintetizzata nella tabella V. A titolo di esempio Tikhonov (1950) e Cagniard (1953), che sono lavori classici e veri precursori del settore, hanno studiato, per il caso di onda uniforme incidente su suolo a strati orizzontali omogenei, l'operatore definito dalla relazione

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} O & Z \\ -Z & O \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix}$$

dove E_x, E_y, H_x ed H_y sono le componenti orizzontali del campo elettrico e magnetico, rispettivamente, e Z è una costante opportuna da calcolare che dipende dal suolo.

Un esempio molto più recente([8]) è costituito dal lavoro di Iliceto *et al.* (1986) che hanno proposto l'indicatore

$$R = \frac{|t_{xy} + t_{yx}|}{|t_{xx} + t_{yy}|}$$

per discriminare fra il caso 2D e quello 3D.

Agli operatori magnetotellurici si può assimilare l'interessante studio di Yokoyama (1988), nel quale si propone di utilizzare sia i «vettori di induzione» (cfr. il sub sugli operatori induttivi) sia analoghi vettori definiti con il campo elettrico (orizzontale) e chiamati «*preference arrows*» da Yokoyama (*ibidem*). Facendo il prodotto vettore dei due vettori così definiti, si considera quindi il vettore di Poynting. Applicando questa procedura all'area giapponese si verifica così come la componente verticale geomagnetica sia massima (positiva o negativa) in modo tale che il vettore di Poynting sia massimo. Il vettore di Poynting risulta sempre diretto verso l'interno della Terra e, secondo Yokoyama (*ibidem*), le anomalie di conducibilità possono o intensificarlo, o indebolirlo, a seconda delle circostanze. Le effettive possibilità euristiche di questo approccio sono ancora tutte da chiarire.

Trasformazioni lineari – Operatori induttivi – La tabella VI fornisce alcune indicazioni bibliografiche. Si distinguono in: 1) operatori induttivi propriamente detti, ovvero magnetici; 2) operatori induttivi di gradiente magnetico e 3) operatori di distorsione.

1) Gli *operatori induttivi* (*o magnetici*) sono definiti come operatori matriciali a 3 righe e 2 colonne che legano le componenti misurate del campo magnetico

Tabella V. Operatori magnetotellurici.

$\boldsymbol{E}\ (\boldsymbol{r}) = \hat{Z}\ \boldsymbol{H}\ (\boldsymbol{r})$	$\boldsymbol{E}\ (\boldsymbol{r}) = \hat{T}\ \boldsymbol{E}\ (\boldsymbol{r}_0)$	Schmucker (1970)
		Berdichevsky e Zhdanov (1984)
$\boldsymbol{H}\ (\boldsymbol{r}) = \hat{Y}\ \boldsymbol{E}\ (\boldsymbol{r})$	$\boldsymbol{H}\ (\boldsymbol{r}) = \hat{M}\boldsymbol{H}\ (\boldsymbol{r}_0)$	Yokoyama (1988)
$\hat{Z} = \begin{pmatrix} Z_{XX} & Z_{XY} \\ Z_{YX} & Z_{YY} \end{pmatrix}$	$\hat{Y} = \begin{pmatrix} Y_{XX} & Y_{XY} \\ Y_{YX} & Y_{YY} \end{pmatrix}$	Spichak (1990)
$\hat{T} = \begin{pmatrix} T_{XX} & T_{XY} \\ T_{YX} & T_{YY} \end{pmatrix}$	$\hat{M} = \begin{pmatrix} M_{XX} & M_{XY} \\ M_{YX} & M_{YY} \end{pmatrix}$	

(dove r è il punto della misura, r_0 è un punto «di riferimento»)

Tabella VI. Operatori di distorsione.

$\boldsymbol{E}^u(\boldsymbol{r}) = \hat{D}^{E(uv)}\boldsymbol{E}^v(\boldsymbol{r})$	Schmucker (1970)
$\hat{D}^{E(uv)} = \begin{pmatrix} D_{xx}^{E(u,v)} & D_{xy}^{E(u,v)} & D_{xz}^{E(u,v)} \\ D_{yx}^{E(u,v)} & D_{yy}^{E(u,v)} & D_{yz}^{E(u,v)} \\ D_{zx}^{E(u,v)} & D_{zy}^{E(u,v)} & D_{zz}^{E(u,v)} \end{pmatrix}$	Jiracek (1990)
$\boldsymbol{H}^u(\boldsymbol{r}) = \hat{D}^{H(uv)}\boldsymbol{H}^v(\boldsymbol{r})$	
$\hat{D}^{H(uv)} = \begin{pmatrix} D_{xx}^{H(u,v)} & D_{xy}^{H(u,v)} & D_{xz}^{H(u,v)} \\ D_{yx}^{H(u,v)} & D_{yy}^{H(u,v)} & D_{yz}^{H(u,v)} \\ D_{zx}^{H(u,v)} & D_{zy}^{H(u,v)} & D_{zz}^{H(u,v)} \end{pmatrix}$	

$$\boldsymbol{H}^u(\boldsymbol{r}) = \hat{J}^{uv}\boldsymbol{H}^v(\boldsymbol{r}) \text{ dove } \hat{J}^{uv} = \begin{pmatrix} J_{xx}^{uv} & J_{xy}^{uv} \\ J_{yx}^{uv} & J_{yy}^{uv} \\ J_{zx}^{uv} & J_{zy}^{uv} \end{pmatrix}$$

dove gli indici u e v assumono diversi significati da caso a caso, ovvero u, v = t,n,a,e,i,d,u, essendo: t = totale, n = normale (o primario), a = anomalo (o secondario), e = esterno, i = interno, d = disturbato, u = indisturbato.

L'esempio meglio noto è dato dalla «*transfer function*»

$$\boldsymbol{H}^a(\boldsymbol{r}) = \hat{J}^{an}\boldsymbol{H}^n(\boldsymbol{r})$$

(relazione talvolta anche chiamata di «*tipper*») che si può *approssimativamente* assimilare al «*piano di Parkinson*» con tutte le sue rappresentazioni convenzionali («*induction arrow*», «*induction vector*», «*Parkinson arrow*», «*Wiese vector*», etc.) (cfr. Gregori e Lanzerotti, 1980, 1981, e 1982a).

Sono anche stati definiti, ed estesamente usati, tali vettori induzione nelle forme sia reale che immaginaria (usando le parti reali o immaginarie degli $\hat{J}^{uv}$, rispettivamente), chiamati rispettivamente «*real*» o «*in-phase*» «*induction arrows*» etc., e «*imaginary*» o «*quadrature-phase*» o «*out-of-phase*» «*induction arrows*» etc. Al proposito si veda comunque quanto detto al sub sui due diversi punti di vista.

2) Gli *operatori induttivi di gradiente magnetico* sono stati talvolta trattati nella letteratura e contemplano l'uso di

$$\frac{H_z}{\left[\dfrac{\partial H_z}{\partial z}\right]}$$

Ad esempio Fiskina *et al.* (1985) propongono di calcolare l'impedenza Z di Tikhonov-Cagniard con l'espressione

$$Z = i\omega\mu_0 \frac{H_z}{\left[\dfrac{\partial H_z}{\partial z}\right]}$$

3) Gli *operatori di distorsione* sono descritti nella tabella VI. In proposito si noti come si usi il termine «*effetti galvanici*» come sinonimo di: «*horizontal current gathering*», «*current channeling*», «*current concentration into conduction zones*», «*current flow around effect*», «*current deflection around resistive bodies*». Un'altra locuzione entrata di recente in uso è quella di «*effetti topografici*» che non ha un significato strettamente identico, ma che è per molti versi connessa ai precedenti.

Trasformazioni lineari – due diversi punti di vista – Il problema può venire affrontato essenzialmente da due diverse angolature che verranno qui brevemente indicate come «*a priori*» ed «*a posteriori*».

1) Dal punto di vista «*a priori*» si inizia ipotizzando un modello «semplice», quindi si esegue un calcolo analitico sul medesimo (come nel caso ad esempio del suolo a strati orizzontali di Tikhonov e di Cagniard), quindi si esegue un confronto con un caso osservazionale specifico. In base alle discrepanze del confronto si cerca di migliorare un poco, complicandolo, il modello «semplice» di partenza, si riesegue quindi un calcolo analitico, quindi un nuovo confronto, ... e così via. La sensazione finale che si ha del risultato potrà apparire ossessiva, frustrante, desolante, ... un compito quasi senza fine.

2) Il punto di vista «*a posteriori*» inizia invece semplicemente dalle equazioni di Maxwell, parametrizza il problema in modo da isolarne specifici gradi di libertà fisicamente associabili a funzioni di grandezze osservate, ed infine calcola questi parametri o gradi di libertà utilizzando i dati osservazionali concreti. Con questi si tracceranno poi mappe con isolinee che dovrebbero evidenziare le strutture del sottosuolo.

Si noti che, trattandosi di operatori lineari, dunque esprimibili come matrici, è possibile attingere in modo rigoroso all'abbondante messe di algoritmi inerenti gli operatori matriciali (invarianti, algebra lineare degli spazi vettoriali, omografie vettoriali, etc.). Da quest'ultimo punto di vista esistono tuttavia soltanto alcuni tentativi sporadici in letteratura.

In questa classe di operatori, e da questo punto di vista, va inserito il CGDS («canonical geomagnetic depth sounding») che fa abbondante uso delle proprietà matriciali, e che è definito tramite gli operatori

$$\boldsymbol{H}^i = \hat{\mathcal{T}}\, \boldsymbol{H}^e \qquad \boldsymbol{H} = \boldsymbol{H}^e + \boldsymbol{H}^i = i\omega\, \mathcal{T}\, \boldsymbol{H}^e$$

$$\hat{\mathcal{T}} = \begin{pmatrix} \hat{\tau}_{11} & \hat{\tau}_{12} & \hat{\tau}_{13} \\ \hat{\tau}_{21} & \hat{\tau}_{22} & \hat{\tau}_{23} \\ \hat{\tau}_{31} & \hat{\tau}_{32} & \hat{\tau}_{33} \end{pmatrix} \qquad \mathcal{T} = \begin{pmatrix} \tau_{11} & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{21} & \tau_{22} & \tau_{23} \\ \tau_{31} & \tau_{32} & \tau_{33} \end{pmatrix}$$

dove i gradi di libertà sono 6, dei quali 2 «*esterni*» (ovvero che si riferiscono a proprietà esclusive della sorgente inducente esterna alla superficie terrestre), e 4 sono invece «*interni*» (ovvero che si riferiscono al sottosuolo).

Un ulteriore «grado di libertà» può venire introdotto (ed effettivamente calcolato) per tenere conto dell'eventuale correzione da introdurre per il fatto che il piano di Parkinson può venire definito nella pratica solo a meno di un'opportuna approssimazione, ovvero tenendo conto dello «*scatter*» dei punti osservati rispetto ad un piano di polarizzazione ideale, «*scatter*» determinato sia dagli errori di misura, sia soprattutto dal fatto che il «conduttore perfetto» («*ultimate conductor*») in profondità non è in effetti ad una profondità nulla, bensì ad una distanza fisica non nulla dal magnetometro che misura il segnale.

Quanto all'utilizzo pratico del CGDS, se le osservazioni nello «*array*» dei punti di misura non sono simultanee, allora si possono tracciare (con opportune approssimazioni fisiche) isolinee dei gradi di libertà calcolati in ogni punto. Se invece le osservazioni sono simultanee si può eseguire un'indagine molto più incisiva. Dal punto di vista dei costi di gestione (si noti infatti che l'operare centinaia di magnetometri simultanei presenta ancora dei costi inavvicinabili), una soluzione ottimale sarebbe l'uso combinato di una più modesta rete di magnetometri in un «*array*» di punti fissi al suolo, integrata con un rilievo magnetometrico con aereo (che misuri o la sola intensità totale del campo, o, se possibile, le tre componenti) che tuttavia deve venire ripetuto più volte nel tempo e lungo le medesime traiettorie di volo. Si noti infatti che, a differenza di quanto contemplato nella sez. 3., in questo caso non è la componente stazionaria nel tempo che interessa, bensì proprio quella piccola parte variabile nel tempo che nelle prospezioni aeromagnetiche tradizionali viene semplicemente ed approssimativamente sottratta. In particolare questo procedimento sarebbe il modo rigoroso (seppur molto costoso e laborioso) di ovviare alla semplice procedura di sottrazione dal segnale registrato dal magnetometro aerotrasportato del segnale misurato da un magnetometro fisso al suolo (cfr. sez. 3.).

Sempre a questo riguardo, quanto ai rilievi aeromagnetici tradizionali, si può anche dimostrare che è possibile applicare (con opportune

ipotesi di lavoro) il CGDS a tutti i rilievi aeromagnetici eseguiti in passato (od anche quelli con nave oceanografica, o con sensore mobile comunque trasportato), anche quando si è misurata soltanto l'intensità totale del campo (e non le tre componenti), purché siano disponibili misure magnetiche *a tre componenti e simultanee al volo* eseguite in un punto fisso al suolo ragionevolmente prossimo alla traiettoria del mezzo mobile. Naturalmente vi sono delle approssimazioni da fare (quale quella che assume che lo spettro di frequenza del segnale misurato dai due magnetometri, mobile e fisso, sia identico). Né è possibile sapere a priori se queste approssimazioni avranno un'incidenza pratica più o meno rilevante per la prospezione: solo un'effettiva applicazione pratica, che finora non è stata ancora eseguita, potrà dire se il metodo può essere utile oppure no.

Una completa formulazione teorica non è stata ancora pubblicata, ed il lettore interessato può vedere Gregori *et al.* (1981, 1982, 1987, 1990), Gregori (1984), Lanzerotti *et al.* (1983). Una rassegna dei pochissimi tentativi per eseguire il GDS (non il CGDS) sui rilievi aeromagnetici è data da Gregori e Lanzerotti (1979).

È possibile definire formalmente la connessione fra gli operatori matriciali $\hat{\mathcal{T}}$ e $\mathcal{T}$ del CGDS e quello della «*transfer function*» (i primi connettono fra di loro campo esterno, interno e totale, mentre la «*transfer function*» connette il campo «anomalo» e quello «normale»). È questo un calcolo algebrico lungo e laborioso: il risultato è però molto frustrante in quanto la «*transfer function*» risulta essere inconsistente con le equazioni di Maxwell. L'inconsistenza logica intrinseca della «*transfer function*» è stata, seppure da un diverso punto di vista, l'oggetto della discussione di Gregori *et al.* (1982a). Da diversi anni ormai la «*transfer function*» sembra essere quasi abbandonata, mentre prima era il metodo più usato nella letteratura sia occidentale che giapponese.

Così pure, si può dimostrare come i vettori induzione «*out-of-phase*», o immaginari, che si calcolano con la «*transfer function*», siano privi di qualsiasi significato fisico. Invece i vettori induzione «*in-phase*», ovvero reali, sempre calcolati con la «*transfer function*», si può dimostrare che rappresentano soltanto una versione approssimata dei vettori induzione, originalmente chiamati vettori di Parkinson o di Wiese (che invece nella definizione originaria sono fisicamente corretti, senza approssimazioni).

Anche di tutto ciò non è stata ancora pubblicata una estesa trattazione.

Trasformazioni integrali – Contrapposte alle trasformazioni lineari, le trasformazioni integrali hanno ricevuto un considerevole impulso dalla scuola russa e dell'Europa orientale. Sono di più difficile applicazione, dato che necessitano di misure simultanee su «*array*» di punti. Una sintesi delle relative implicazioni è data nella tabella VII.

4.4. *Il «disagio» dei «metodi dell'induzione»*

Il «disagio» che avrà provato il lettore scorrendo questa sezione 4 sarà per lui un buon indice del «disagio» provato dall'autore nello scriverlo. È lo stesso «disagio» che si avverte quando si partecipa ad un qualche «meeting» sulla «*induzione*». Si è in presenza di una sarabanda di metodi, tutti basati su approcci logici più o meno intuitivi e che dovrebbero essere tutti «ovviamente» riconducibili alle equazione di Maxwell.

L'autore ha qui semplicemente cercato di fare uno schema nel quale inserire tutti (?) i diversi metodi che si possono trovare nella letteratura, senza avere la presunzione di voler indicare soluzioni ultime o giudizi finali.

Il settore sembra proprio aver bisogno di un ripensamento critico, che veda chiaramente (fin dove possibile) le connessioni logiche fra diversi approcci, i relativi limiti, le ipotesi di lavoro implicitamente assunte, e le connessioni formali con le equazioni di Maxwell. Solo alcuni esempi di tal fatta sono stati qui dati nella sez. 4.3., sub trasformazioni lineari, sub sui due diversi punti di vista, precisamente per quanto concerne le relazioni fra il CGDS e la «*transfer function*», nonché con i «*vettori induzione*» calcolati con i metodi più antichi di

Tabella VII. Trasformazioni integrali.

(Necessitano di misure simultanee su «*array*» di punti)	Berdichevsky e Zhdanov (1984) Zhdanov (1984) Spichak (1990)

Si possono ricondurre a trasformazioni integrali (operatori lineari che includono gli integrali del tipo di Stratton-Chu) i seguenti problemi:

- separazione in parti esterna ed interna;
- separazione in parti normale ed anomala;
- separazione in parti superficiale e profonda;
- separazione della parte principale delle anomalie profonde;
- continuazione analitica del campo;
- continuazione analitica di una anomalia magnetica profonda;
- continuazione analitica della parte principale di una anomalia magnetica profonda;
- metodo della «*migrazione e.m.*». (È stato sviluppato da M.S. Zhdanov e collaboratori come analogia al metodo della «*olografia sismica*». Questo metodo è applicabile solo nei casi di variazioni graduali della conducibilità.)

quella, e si è anche detto come la «*transfer function*» sia inconsistente con le equazioni di Maxwell, e come i «*vettori induzione immaginari*» siano privi di significato fisico. Questi peraltro non sono che alcuni esempi di un lungo cammino da percorrere, che richiederà l'opera di ben più che un solo autore.

L'indirizzo oggi prevalente sembra invece essere ben diverso. Una considerevole comunità scientifica internazionale è infatti molto attiva su studi di «*induzione*», prevalentemente a scopi di prospezione, e l'abbondante produzione scientifica ne è testimonianza. La dichiarata tendenza prevalente (ma non unanime) sembra essere quella di orientarsi verso la ricerca di un qualche metodo pratico, più o meno empirico, che, anche se non completamente compreso nella sua essenza logica, possa dare informazioni utili ai fini della prospezione (e dunque tali da poter essere fornite all'industria estrattiva).

Da questo punto di vista va ricordata la discussione sulla definizione di «*pseudosezioni*» del sottosuolo. Precisamente, si supponga di usare un qualche parametro o grandezza e.m. e di calcolarne la composizione spettrale. A frequenza più bassa corrisponde profondità maggiore, anche se in generale la relativa taratura della frequenza in funzione della profondità non è nota. Dunque, si fa una rappresentazione grafica a colori, dove in ascisse si dà una coordinata spaziale (lungo il «profilo» della «sezione» che si considera), in ordinate si riporta la frequenza (decrescente verso il basso, dunque con il medesimo orientamento della profondità), mentre il colore dà la terza coordinata ed è funzione dell'intensità del parametro o grandezza e.m. considerata. Si spera che, con una felice definizione del parametro e.m. da graficare, il diagramma a colori risultante (chiamato «*pseudosezione*») si riveli a posteriori efficace ai fini della prospezione. Un'accesa discussione sta vertendo oggi sul come definire anche un codice di colori unico per tutti, in modo da fornire un prodotto standard ed omogeneo all'industria estrattiva. Tutto ciò implica una considerevole mole di opinioni e contro-opinioni, il dibattito non essendo chiaramente basato su dati di fatto oggettivamente inoppugnabili.

Il «disagio» che ne consegue indurrebbe talvolta a pensare quasi ad una involuzione della metodologia verso un ritorno alla concezione della scienza in chiave pratica (la ricerca di una formula «magica» del mondo babilonese), dimenticando quasi la lezione della Ionia di Mileto. Ciò viene qui detto non già per esprimere un giudizio severo (il che sareb-

be pur sempre un fatto opinabile e personale), quanto per meglio rendere al lettore il senso di profondo «disagio» che pervade tutto questo settore disciplinare: è come se una fretta, un'angoscia inconscia, spingesse gli studiosi a cercare comunque un qualche nuovo sbocco, spinti forse da una drammatica carenza di finanziamenti. Ma fretta ed angoscia non aiutano di certo a ridurre il «disagio».

5. Con campi e.m. variabili nel tempo ($T > 2$ ore)

Lo studio dei fenomeni su periodi molto lunghi è stato meno sviluppato, in relazione alla difficoltà di disporre di campioni di dati adeguati. Essenzialmente, quando si considerino scale temporali dell'ordine del secolo, esistono soltanto misure geomagnetiche, e spesso gli osservatori hanno anche subito traslochi in conseguenza dell'espansione delle aree urbane.

Si dica tuttavia che non ci si riferisce in questa sezione a fenomeni del tipo delle tempeste magnetiche, che durano alcuni giorni ma che non sono di per sé un fenomeno periodico. Né si considererà qui la variazione legata alla rotazione solare (con periodo diverso e variabile nell'intervallo ~27-29 giorni in dipendenza della latitudine eliocentrica della Terra variabile nel corso dell'anno). Tutti questi fenomeni sono interpretabili negli schemi conoscitivi dei fenomeni solari e magnetosferici ed esulano dallo scopo di questa sezione.

Ci si riferisce qui piuttosto allo studio di quei fenomeni di lungo periodo che possono dare indicazioni sulla struttura profonda della Terra o sui meccanismi che originano la morfologia della «*variazione secolare*» (*VS*) del campo geomagnetico.

5.1. *Variazioni di periodo multiannuale*

Nell'intervallo dei periodi di alcuni o diversi anni, Schirmer (1986) ha sottratto dalla *VS* un «*trend*» polinomiale di grado n variabile, ottimizzando la scelta di n con il richiedere il massimo di correlazione (del residuo) con l'attività solare (ottenendo $n = 5$ o 6 a seconda dell'osservatorio e della componente considerata). Invece de Franceschi *et al.* (1990) hanno usato il metodo delle epoche sovrapposte (cfr. sez. 2.3. ai sub sulle epoche sovrapposte e sull'interpolazione su funzione analitica prefissata) applicate a diverse derivate di ordine via via crescente dei valori medi annuali in 38 osservatori, utilizzando CETRA (cfr. sez. 2.3., sub sulle epoche sovrapposte) in uno spazio a 115 dimensioni (3 componenti del campo misurate in ognuno dei 38 osservatori, cioè 114 variabili, più l'asse temporale). Il risultato è stato che le onde periodiche prevalenti sono soprattutto le prime 7 armoniche del periodo solare di ~22 anni (in effetti hanno trovato un periodo di ~20.65 anni nell'intervallo considerato 1940-1973). Stanno ora studiando quanto di queste onde sia di origine esterna e quanto invece risponda ad induzione e.m. e possa eventualmente rivelare delle risonanze e.m. nel mantello (cfr. anche Alessandrini *et al.*, 1987).

5.2. *Variazioni di periodo multidecennale*

Quanto ai periodi dell'ordine di alcuni decenni diventa sempre più difficile riconoscere ciò che è strettamente periodico (ovvero si sviluppa come fenomeno ripetitivo in senso stretto, sinusoidale o meno) e quanto invece è solo una variazione transiente di lunga scala temporale. Infatti la durata delle registrazioni geomagnetiche disponibili (dell'ordine del secolo) hanno limiti logici invalicabili quando si debba decidere ad esempio su un'onda di periodo ~60 anni.

L'attività in questo settore sembra essere stata prevalentemente o quasi esclusivamente limitata alla scuola russa. Il lettore interessato può vedere numerosi lavori di Golovkov, Kolomiytseva, Rivin, Rotanova e collaboratori, apparsi su *Geomagnetism and Aeronomy* degli ultimi vent'anni. Ragioni di spazio impediscono di dare in questa sede un adeguato resoconto di questo notevole pacchetto di indagini di cui sono stati pubblicati in inglese solo note molto brevi, più simili ad un riassunto esteso che non ad una vera a propria pubblicazione. Ciò ha indubbiamente influito sulla scarsa dif-

fusione avuta in occidente da questo indirizzo. Il tema merita ben più lunga attenzione di quella qui data e viene rimandato ad altra sede.

Limitando l'esposizione ad alcuni aspetti generali, va detto che per quanto riguarda l'analisi di periodicità ed il filtraggio (cfr. sez. 2.3. e 2.4.) quegli autori si sono avvalsi o dell'interpolazione con funzione analitica prescelta a priori (periodica come una sommatoria di sinusoidi, oppure no, come un fenomeno tipo «baia» di diversi decenni di durata), o del MEM, o dell'EOF, mentre non hanno potuto ovviamente utilizzare la FFT. Il risultato non ha mai potuto avere una grande risoluzione temporale: comunque in ogni caso, qualunque sia stato il metodo, hanno trovato risultati generalmente reciprocamente consistenti e che indicano l'esistenza (di origine interna) del periodo di ~60 anni e, un ordine di grandezza più deboli, anche di quelli di ~30 anni e ~20 anni.

La caratteristica morfologica più saliente che hanno così trovato è stata la definizione di «*epicentro della SV*» avendosi diversi «*epicentri*» per ogni diverso periodo. La definizione di questi è stata data in due modi distinti. Un primo modo, applicato all'onda di ~60 anni, prevede di filtrare l'onda di ~60 anni e di tracciare su una carta geografica in corrispondenza di ogni osservatorio la relativa ellisse di polarizzazione orizzontale. Tracciati poi i circoli massimi passanti per gli assi maggiori di detta ellisse in ogni osservatorio, si vede come tutti questi confluiscano in alcuni punti, chiamati «*epicentri*», la cui ubicazione sul globo è definita a meno di ~5°. Una successiva definizione di «*epicentro*» è stata data come luogo della massima variazione della componente Z.

Per quanto concerne l'interpretazione fisica, si è naturalmente nella pura speculazione. Dalla letteratura si trovano le seguenti ipotesi. Forse si tratta di sorgente mobile (come onde torsionali MHD nel nucleo)? Oppure di eterogeneità laterali della conducibilità elettrica nel mantello profondo? Oppure ancora sono sorgenti fisse nello spazio con correnti elettriche variabili nel tempo? [Si considerino le connessioni con le ipotesi sulla topografia del CMB («*core-mantle boundary*»), di Raymond Hide *et al.*]. Ovvero ancora, l'autore sta considerando se possano essere variazioni temporali nella topografia del CMB. Essenzialmente si è nella impossibilità di principio di discriminare univocamente fra le diverse eventualità. Il problema va chiaramente riconsiderato nel contesto dello studio dell'origine del campo geomagnetico permanente (geodinamo e non solo quella) argomento che qui non viene toccato.

5.3. *La «variazione secolare» non periodica*

Variazioni periodiche del campo geomagnetico aventi più lungo periodo (molti secoli o più) sono state talvolta proposte sulla base di dati geofisici «*proxy*» ovvero indiretti (quali ad esempio osservazioni di aurore di bassa latitudine, ^{14}C e ^{10}Be, etc.) che consentono di studiare l'attività solare su scala millenaria (o talvolta geologica). Ma questi argomenti esulano dal tema qui considerato.

Limitando lo studio all'epoca delle registrazioni strumentali, una caratteristica saliente e ben nota della *VS* è la «*deriva verso occidente*» («*westward drift*») in base alla quale parrebbe proprio che la componente non dipolare del campo derivi verso occidente (nell'ordine di qualche decimo di grado per anno). L'evidenza però è molto controversa: in particolare, la regione del Pacifico è senz'altro anomala sia per questo che per altri aspetti. Ovvero, il fenomeno nella realtà non è poi così ordinato come vorrebbe un modello così semplice.

Da questo punto di vista appare molto interessante un'indagine di Janackova e Urban (1989 e 1990) e Urban e Janackova (1990). Prima hanno indagato (per comodità di lavoro) la relazione (in ogni luogo assegnato ed usando modelli planetari del campo geomagnetico con sviluppi in armoniche sferiche) fra il gradiente temporale della *VS* (che è la deriva verso occidente più o meno pronunciata da luogo a luogo) ed il gradiente del campo rispetto alla longitudine. Hanno quindi tracciato il luogo dei punti dove il valore assoluto di

detti gradienti (positivi o negativi che siano) è minimo. Il risultato sorprendente (e da loro non spiegato) è che hanno così ritracciato una linea che sembra quasi coincidere con la rete delle dorsali medio-oceaniche.

Va qui ricordato che l'autore (Gregori, 1990a, 1990b, 1991, 1991a, 1991b, 1993 e Gregori *et al.*, 1991) ha proposto un modello di geodinamo alimentato dalla marea lunare, con i processi MHD che avvengono entro il nucleo esterno. Questo effetto di Janackova ed Urban è quanto il nuovo modello deve richiedere purché si ammetta che le dorsali medio-oceaniche siano cortocircuitate elettricamente (fino ad una qualche profondità al di sotto della superficie terrestre) con le correnti elettriche che fluiscono sul CMB. Una conseguenza di questa ipotesi, se vera, è allora che è molto ragionevole supporre che le aree vulcaniche (e forse anche quelle geotermiche) debbono essere elettricamente connesse con le correnti elettriche che sono responsabili del campo geomagnetico. Ovvero, i fenomeni geoelettrici nelle aree vulcaniche (e forse anche geotermiche) dovrebbero mostrare variazioni di lungo periodo (sulla scala pluriannuale) che dovrebbero essere correlate con le caratteristiche planetarie della *VS*. Non si può qui entrare nella discussione delle evidenze sperimentali che danno sostegno ad una simile ipotesi. Si vuole solo sottolineare come questi fenomeni geomagnetici della ricerca odierna «di frontiera» (quale l'interpretazione della deriva verso occidente della *VS*) possono essere delle chiavi molto importanti, un vero mezzo diagnostico, per comprendere alcuni dei fenomeni profondi e le anisotropie della Terra. Per maggiori dettagli si veda Gregori (1993).

Prima di concludere un cenno almeno va fatto sull'esistenza di importanti studi sull'«inversione» geo-e.m. sulla scala globale, ovvero sui modelli a simmetria sferica della conducibilità elettrica nell'interno della Terra (Price, Banks, Jady, Srivastava, Schmucker, etc.), nonché sul problema della «*tomografia geo-e.m.*» che si può eseguire o con il metodo della «*migrazione magnetica*» (cfr. sez. 4.3., sub trasformazioni integrali) o con il CGDS (cfr. sez. 4.3., sub trasformazioni lineari, sub sui due diversi punti di vista), temi questi ultimi attualmente oggetto di indagini (il cui completamento potrà richiedere peraltro certamente non meno di diversi anni).

6. Conclusioni

Si è cercato di dare una rapida idea della complessità ed articolazione di un tema ancora lontano da un assetto logico finale e soddisfacente.

Si è evitato di considerare l'origine del campo geomagnetico permanente della Terra, e si è dapprima svolto il tema dell'utilizzo del campo magnetostatico a fini di prospezione («*anomalie magnetiche*»), evidenziando i limiti concettuali dei procedimenti autolimitanti oggi in uso, e quanto invece andrebbe fatto per migliorare la resa interpretativa dei dati osservazionali disponibili.

Quindi, la parte preponderante della discussione ha toccato i metodi dell'«induzione» (ovvero con campi variabili nell'intervallo di periodi da alcuni minuti fino a ~2 ore). È un settore che ha avuto un grande sviluppo (forse non sempre troppo ordinato, tanto da ingenerare situazioni di «disagio» o di apparente «angoscia» metodologica). La finalità è quella di cercare «*anomalie di conducibilità*».

Le variazioni periodiche di più lungo periodo, ed anche l'andamento non periodico della «*variazione secolare*», sono state infine oggetto di una trattazione solo per cenni, con il solo scopo di indicare al lettore la potenzialità euristica di queste osservazioni.

Difficile è dire in quale direzione si avranno i maggiori progressi nel futuro, se la prospezione geo-e.m. raggiungerà livelli applicativi competitivi con altre tecniche di indagine oggi in uso, quale sarà il domani dei finanziamenti per questi settori, quanto le scienze ambientali in senso lato potranno trarre vantaggio dai progressi dell'interpretazione dei fenomeni e.m. nell'ambiente, se la conoscenza dell'interno della Terra avrà ancora degli impulsi sostanziali dal geomagnetismo che siano simili o

maggiori a quelli avuti grazie al paleomagnetismo (che ha dato l'evidenza dell'espansione dei fondali oceanici).

Una conclusione generale può comunque venire fatta: l'agire in modo farraginoso ed irriflessivo può portare perfino ad un vero e proprio (quanto immotivato) «suicidio» di una disciplina, ed al proposito si ha almeno il seguente esempio molto pertinente.

Le correnti telluriche ebbero un grande sviluppo attorno alla metà del secolo scorso, culminato attorno al 1860-1880, cui seguì la sostanziale «morte» della disciplina (se si eccettuano gli studi di Störmer ed Harang che usavano i disturbi presenti nella rete commerciale telegrafica in qualità di precursori dell'occorrenza di aurore boreali da fotografare per i loro studi sulle quote). Nel caso delle correnti telluriche fu in effetti un «suicidio da irriflessività». Infatti, rileggendo la letteratura originale (per la preparazione del lavoro Lanzerotti e Gregori, 1986) si è chiaramente potuto ricostruire la situazione dell'epoca. Vi era chi (come Siemens in Germania) usava linee telegrafiche commerciali pressappoco ortogonali, ognuna essendo di alcune centinaia di chilometri di lunghezza, altri (come Airy, Direttore all'Osservatorio Reale di Greenwich) che usavano linee telegrafiche ortogonali dedicate, di alcuni chilometri di lunghezza, altri ancora (per esempio a Torino ed altrove) che usavano linee dell'ordine del centinaio di metri. Né era chiaro quale apparato fosse il migliore. Quando poi si cercò di sintetizzare in un modello unico planetario tutte le osservazioni, questo costò uno sforzo molto grande e di tutto rispetto (Gish, 1936 e 1936a), anche se il risultato fu in effetti sfasato di 90° in longitudine (rispetto a quanto oggi si sa con gli studi della variazione diurna solare geomagnetica *Sq*). In effetti, vi era tale e tanta discrepanza fra misure eseguite da autori diversi in località diverse che ogni sforzo di sintesi non poteva che essere destinato ad un misero fallimento. La disciplina morì in un fiume di diatribe incrociate: infine la nuova generazione di studiosi non volle più occuparsi di un settore tanto «sporco» e controverso.

Ora, Airy in uno dei suoi lavori, scritti con chiara professionalità e con il dovuto dettaglio, descrive il suo apparato sperimentale, e precisa che la messa a terra dei suoi cavi dedicati era stata fatta con molta cura saldando il cavo ad un tubo dell'acquedotto di Londra. Pertanto, noi dobbiamo oggi concludere che le misure di Airy che egli pensava fossero le correnti telluriche misurate in due direzioni ortogonali, dalle quali poteva poi risalire al vettore bidimensionale delle correnti telluriche a Greenwich, non erano in effetti altro che le differenze di potenziale fra due punti (scelti più o meno casualmente) di quella grande e complessa antenna ricevente che era l'insieme della rete dei tubi dell'acquedotto di Londra. Quanto poi al grande disaccordo fra le misure raccolte in diverse località europee o del mondo (e per le quali non si sono dati in letteratura i dettagli relativi alla messa a terra delle linee come invece aveva fatto Airy), ciò è in effetti quanto ci si sarebbe dovuti aspettare.

Quando il lavoro Lanzerotti e Gregori (1986) venne presentato durante una sessione *ad hoc* ad inviti di un convegno della AGU tenuta prima della sua pubblicazione, uno dei commenti dall'uditorio fu che gli autori avevano riportato di moda una disciplina che da oltre un secolo era stata posta nel dimenticatoio.

Ritornando ai problemi generali di questo lavoro, è necessario saper essere riflessivi («*c.i.f.*» avrebbe detto Enrico Fermi, ovvero «con intuito fenomenale»). La «disperazione logica» davanti alle difficoltà può spingere senza volerlo verso il «suicidio». La chiarezza di idee, il sapersi limitare (nel senso che non bisogna cercare di estrarre dai dati osservazionali ciò che non possono oggettivamente fisicamente contenere), il non affidarsi ciecamente ad algoritmi dei quali non si conoscono per bene i limiti logici di applicabilità, il diffidare di metodi astrusi ed involuti che impiegano tempi di calcolo lunghissimi e sui cui risultati è difficile eseguire controlli di aderenza alla realtà, sono tutte precauzioni pratiche molto importanti, anche se spesso apparentemente dimenticate. La scienza è una sfida alla natura, è una (piacevole) battaglia, ma va saputa combattere, altrimenti si soccombe.

NOTE

(1) Si noti che il trattare dati in una sola dimensione (1D) o in n dimensioni (nD) non fa alcuna differenza. Basta riferirsi ad uno spazio lineare astratto nD, dove ogni asse coordinato è una delle n misure disponibili, e l'indagine di gaussianicità (od altro) verrà dunque identicamente ripetuta su ognuna delle n dimensioni.

(2) William Chauvenet (1820-1870) è stato un noto astronomo statunitense, iniziatore della importante pubblicazione delle effemeridi americane, ed autore di un testo sul quale si sono formate generazioni di astronomi d'oltre oceano.

(3) La letteratura in proposito sembra di difficile reperimento, e la ricerca degli «outliers» sembrerebbe una sorta di rarità anche per lo statistico (l'unica opera specifica dedicata all'argomento sembra essere Hawkins, 1980). Peraltro, va sottolineato come il punto di vista del matematico sia sostanzialmente diverso da quello del geofisico (o matematico applicato). Infatti al geofisico interessa il *confronto* fra la distribuzione sperimentale ed un suo modello teorico (tipicamente quello gaussiano in ragione del teorema del limite centrale); pertanto un dato sarà pecora nera solo in ragione del fatto che si discosti significativamente dal modello teorico di confronto. Il matematico sembrerebbe invece preoccuparsi essenzialmente di definire la pecora nera semplicemente considerando di per sè (ovvero *senza alcun confronto*) una sola distribuzione di forma qualsivoglia (ovvero eventualmente anche poco «piccata», o con significative «code» anche asimmetriche, o multimodale, etc.): si tratta dunque in effetti di un problema con implicazioni completamente diverse, e di nessun interesse per il caso che interessa al matematico applicato.

(4) Nella pratica ciò è risultato facilmente fattibile con calcolatore calcolando l'errore statistico sia del 95% cl sia di $\mathcal{B}$ e quindi cercando il primo gradino (per k minimo possibile) tale che il «salto» sia superiore alla somma degli errori statistici dei livelli prima e dopo il gradino.

(5) Diversi lavori sono in preparazione in collaborazione con V. Banzon e L. Leonardi che hanno analizzato con questo algoritmo le serie storiche delle eruzioni di 38 vulcani storici di tutto il mondo.

(6) Né si può dire che le sole correnti telluriche nella litosfera e nel mantello, conseguenza dell'induzione e.m. originata dalla *Sq*, possano essere da sole sufficienti a generare la magnetosfera. A tal proposito si noti che i pianeti senza campo magnetico non posseggono magnetosfera, ovvero le correnti indotte non possono da sole motivare la formazione della magnetosfera.

(7) Si noti in generale come l'uso troppo disinvolto di due algoritmi (gli spettri di potenza ed i polinomi associati di Legendre), ovvero senza considerare caso per caso se sono o meno adatti agli scopi prefissati, sembra essere una delle limitazioni concettuali più condizionanti della metodologia della ricerca geofisica odierna.

(8) Questo viene qui citato in modo puramente casuale per ricordare alcuni colleghi italiani, ed è stato scelto quasi casualmente in una letteratura molto vasta. Peraltro non è stato qui fatto il benché minimo tentativo di cercare in modo sistematico i numerosi contributi di colleghi italiani ai diversi temi toccati in questo scritto: le scuse sono dunque dovute a chi vedrà non citato un qualche suo importante lavoro.

BIBLIOGRAFIA

ALESSANDRINI, B., G.M. PAPI, G. DE FRANCESCHI e G.P. GREGORI (1987): The secular variation of the geomagnetic field and the shape of the Earth, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **48**, 84-114.

ARLEY, N. e K.R. BUCH (1950): *Introduction to the theory of probability and statistics* (J. Wiley and Sons, Inc., New York).

BÅTH, M. (1974): *Spectral analysis in geophysics* (Elsevier Pub. Co., Amsterdam, etc.).

BANZON, V., G. DE FRANCESCHI e G.P. GREGORI (1992): The mathematical handling and analysis of non-homogeneous and incomplete multivariate historical data series, in Frenzel (1992), 137-150.

BATEMAN, H. (1953): *Higher trascendental functions* (compiled by the staff of the Bateman Manucript Project), (Mc-Graw Hill Book Co., Inc., New York, etc.), vol. I, II, III.

BEAUCHAMP, K.G. (1984): *Applications of Walsh and related functions, with an introduction to sequency theory* (Academic Pres, London, etc.), 308.

BRETHERTON, F.P., R.A. DAVIS e C.B. FANDRY (1976): A technique for objective analysis and design of oceanographic experiments applied to MODE-73, *Deep-Sea Res.*, **23**, 559-582.

BRETHERTON, F.P. e J.C. MCWILLIAMS (1980): Estimation from irregular arrays, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **18** (4), 789-812.

CAGNIARD, L. (1953): Basic theory of the magnetotelluric method of geophysical prospecting, *Geophysics*, **18**, 605-635.

CAPUTO, M. (1967): *The gravity field of the Earth, from classical to modern methods* (Academic Press, New York and London), 202.

CHAPMAN, S. e J. BARTELS (1940): *Geomagnetism* (Clarendon Press., Oxford), 2 vol.

COLACINO, M., G. GIOVANNELLI e L. STEFANUTTI (Eds.) (1991): *Conference Proceedings, 3rd Workshop Italian Research on Antarctic Atmosphere, Porano (Terni), 22-24 Ottobre 1990* (Editrice Compositori, SIF, Bologna), vol. 34.

COURANT, R. e D. HILBERT (1953 e 1962): *Methods of mathematical physics* (Interscience Publ., New York and London), vol. I, II.

DE FRANCESCHI, G., C. BIANCHI, G. P. GREGORI e B. ZOLESI (1988): L'altezza virtuale dello strato F sulla scala planetaria, in Meloni e Zolesi, 447-466.

DE FRANCESCHI, G., V. BANZON e G.P. GREGORI (1990): Periodic components of the secular variation (poster), presentato a *Induction Workshop of IAGA, Ensenada, Mexico), August 1990.*

DE FRANCESCHI, G., C. BIANCHI, G.P. GREGORI e B. ZOLESI (1991): «Calorimetric» *vs.* «instant» phenomena: a proposal for ionospheric research in Antarctica (extended abstract), in Colacino *et al.* (1991), 385-390.

DE FRANCESCHI, G., C. BIANCHI, G.P. GREGORI e B. ZOLESI (1991a): The planetary pattern of the virtual height of the F layer (poster), presentato a *General Assembly of IUGG, Vienna, August 1991.*

DE FRANCESCHI, G., C. BIANCHI, G.P. GREGORI e B. ZOLESI (1992): The planetary pattern of the ionosphere: 15 coefficient to synthesize the bottom of the F layer, *Ann. Geophys.*, **10**, 407-415.

DE FRANCESCHI, G., C. BIANCHI, G.P. GREGORI, B. ZOLESI e S. PAU (1993): A 10 year analysis on the planetary scale of the virtual height of the *F* layer, *J. Atmos. Terr. Phys.*, **55** (11-12), 1553-1563.

DE SANTIS, A., O. BATTELLI e D.J. KERRIDGE (1990): Spherical cap harmonic analysis applied to regional field modelling for Italy, *J. Geomagn. Geoelectr.*, **42**, 1019-1036.

DE SANTIS, A. (1991): Translated origin spherical cap harmonic analysis, *Geophys. J. Int.*, **106**, 253-263.

FEROCI, M., B. FORNARI, G.P. GREGORI, S. PIRO, M. SILVESTRI e L. VERSINO (1991): Archaeological prospecting by magnetometry: first screening by search for outliers (in preparazione).

FISKINA, M.V., B.SH. ZINGER e E.B. FAINBERG (1985): Applicability of the spatial derivation method to deep electromagnetic investigations with controllable field sources, in Zhdanov (1985), 105-112.

FORNARI, B., G.P. GREGORI, A. GUERRINI, R. SANTOLERI, M. SILVESTRI, C. VALENTI, S. PIRO e L. VERSINO (1989): Regional residual analysis («RRA») on geomagnetic maps (poster), presentato a IAGA General Assembly, Exeter, U.K., August 1989, IFA nota interna 89-69.

FRENZEL, B. (Ed.) (1992): *Paläoklimaforschung – Palaeoclimate Research*, special issue: ESF Project – European Palaeoclimate and Man 2, Proceedings of the ESF Meeting on *Climate in Europe in the last 10 000 years*, tenuto a Mainz, Germany, nel Marzo 1990. Akademie der Wissenschaften und der Literatur, Mainz; European Science Foundation, Strasbourg and Gustav Fischer Verlag, Stuttgart, Jena, and New York.

GISH, O.H. (1936): Electrical messages from the Earth, their reception and interpretation, *J. Wash. Acad. Sci.*, **26**, 267-289.

GISH, O.H. (1936a): Electrical messages from the Earth, their reception and interpretation, *Sci. Mon. N. Y.*, **43**, 47-57.

GOLUBOV, B., A. EFIMOV e V. SKVORTSOV (1991): *Walsh series and transforms* (Kluwer Academic Publishers, Dordrecht), traduzione di *«Riad'i i preobrazobaniia Woltsha – Teoria i primeneniia*, pubblicato da Nauka, Mosca, 1987.

GREGORI, G.P. e L.J. LANZEROTTI (1978-79): The effect of coastlines on geomagnetic measurements: a commentary, *Riv. Ital. Geof. Sci. Affini*, **5** (Bossolasco Anniversary Volume), 81-86.

GREGORI, G.P. e L.J. LANZEROTTI (1979):. Geomagnetic Depth Sounding by means of oceanographic and aeromagnetic surveys, in *Proceedings IEEE*, **67** (7), 1029-1034.

GREGORI, G.P. e L.J. LANZEROTTI (1980): Geomagnetic Depth Sounding by induction arrow representation: a review, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **18** (1), 203-209.

GREGORI, G.P. e L.J. LANZEROTTI (1981): Reply, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **19** (4), 689-689.

GREGORI, G.P., L.J. LANZEROTTI, A. MELONI e C. VALENTI (1981): Uno studio sulla conducibilità elettrica della crosta e del mantello (fino a ~700 km) con il «GDS canonico», *Atti del 1° Convegno Annuale del GNGTS, Roma, 3-5 novembre 1981*, 181-186.

GREGORI, G.P., L.J. LANZEROTTI, A. MELONI e C. VALENTI (1982): Studies of the external origin component of *Sq* by «canonical» GDS analysis, *Ann. Géophys.*, **38** (3), 339-346.

GREGORI, G.P., L.J. LANZEROTTI e A. MELONI (1982a): Reply, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **20** (3), 523-528.

GREGORI, G.P. (1984): La conducibilità elettrica nella crosta e nella litosfera, *Atti del 1° Convegno di geomagnetismo, Istituto Nazionale di Geofisica, Roma, 23-24 Ottobre 1984*, a cura di A. MELONI e F. MOLINA, 205-235.

GREGORI, G.P., L.J. LANZEROTTI, B. ALESSANDRINI, G. DE FRANCESCHI e R. CIPOLLONE (1987): The planetary scale distribution of telluric currents and the effect of the equatorial electrojet: an investigation by Canonical GDS, *Pure Appl. Geophys.*, **125** (2/3), 369-392.

GREGORI, G.P. (1989): A few mathematical procedures for the analysis of incomplete historical data series, in Schröder (1989), 80-127.

GREGORI, G.P. (1990): Investigation of the underground electrical structure by means of a signal generated by the Tethered Satellite System (TSS), in Sindoni e Wong (1991), 345-352.

GREGORI, G.P. (1990a): Anthropic control of the natural long-term climatic variations: proposal for a discussion on greenhouse effect controlled by geothermal heat flow, in Sindoni e Wong (1991), 353-360.

GREGORI, G.P. (1990b): A solar-induced tidal-driven geodynamo (poster), presentato a *Induction Workshop of IAGA, Ensenada, Mexico, August 1990.*

GREGORI, G.P. (1991): «Corona discharge» from volcanoes and from electrically conducting areas: a relation between solar e.m. induction and endogenous processes (poster) presentato a *General Assembly of IUGG, Vienna, August 1991.*

GREGORI, G.P. (1991a): The calorimetry of heat flow and of climate (poster), presentato a *General Assembly of IUGG, Vienna, August 1991.*

GREGORI, G.P. (1991b): A dynamo for the magnetic field of the Earth, driven by the Moon and modulated by the Sun (poster) presentato a *General Assembly of IUGG, Vienna, August 1991.*

GREGORI, G.P., V.P. BANZON e R. LEONARDI (1991): Joule's heating from the dynamo of the magnetic field of the Earth (poster) presentato a *General Assembly of IUGG, Vienna, August 1991.*

GREGORI, G.P. (1993): Geo-electromagnetism and geodynamics: «corona discharge» from volcanic and geothermal areas, *Phys. Earth Planet. Interiors*, **77**, 39-63.

GUERRINI, A., M.R. VALENSISE, M.P. PAVESE, M. COLACINO e G.P. GREGORI (1989): Ambientologia storica all'IFA, in *Atti del 1° Workshop del Progetto Strategico Clima, Ambiente e Territorio nel Mezzogiorno, Taormina, 11-12 dicembre 1989* (CNR, Roma), 227-254.

HAWKINS, D.M. (1980): *Identification of outliers* (Chapman and Hall, Ltd, London and New York), 188.

HECHT, A., N. PINARDI e A.R. ROBINSON (1988): Current, water masses, eddies and jets in the Mediterranean Levantine basin, *J. Phys. Ocean.*, **18**, 1320-1353.

HEISKANEN, W. e H. MORITZ (1967): *Physical geodesy* (W.H. Freeman and Co., San Francisco), 364.

ILICETO, V., R. MALAGUTI e G. SANTARATO (1986): A model study of telluric fields in two-dimensional structures, *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, **86**, 399-412.

IMBÒ, G. (1928): Variazioni cicliche nella succesione dei periodi di riposo etnei, *Bull. Volcanologique*, (15/18), 80-88.

JANACKOVA, A. e L. URBAN (1989): Geomagnetic field from the Earth's core: its westward drift rate and some probable global-tectonic implications, *Studia Geophys. Geod.*, **33**, 245-253.

JANACKOVA, A. e L. URBAN (1990): Geomagnetic field: contribution of higher harmonics to the variations of virtual pole positions, *Studia Geophys. Geod.*, **34**, 382-387.

KERRIDGE, D.J. e A. DE SANTIS (1988): Modelli geomagnetici in armoniche sferiche su calotta sferica, in Meloni e Zolesi (1988), 391-416.

KRIDER, P. e R.G. ROBLE (Eds.) (1986): *The Earth's electrical environment* (National Academy Press, Washington, D.C.).

KULHÀNEK, O. (1976): *Introduction to digital filtering in geophysics* (Elsevier Publ. Co., Amsterdam), 168.

LANZEROTTI, L.J., G.P. GREGORI, C. VALENTI, B. ALESSANDRINI e A. MELONI (1983): Applicazioni del «GDS canonico», in *Atti del 2° Convegno Annuale del GNGTS, Roma, 12-14 Dicembre 1983*, 213-217.

LANZEROTTI, L.J. e G.P. GREGORI (1986): Telluric currents: the natural environment and interactions with man-made systems, in Krider e Roble (1986), 232-257.

MELONI, A. e B. ZOLESI (Eds.) (1988): *Atti del II Convegno di Geomagnetismo ed Aeronomia Roma, Ottobre 1988* (ING, Roma).

NETTLETON, L.L. (1954): Regionals, residuals, and structures, *Geophysics*, **19**, 1-22.

ROBINSON, A.R. e W.G. LESLIE (1985): Estimation and prediction of oceanic eddy fields, *Progr. Oceanogr.*, **14**, 485-510.

ROBINSON, A.R., A. HECHT, N. PINARDI, J. BISHOP, W.G. LESLIE, Z. ROSENTROUB, A.J. MARIANO e S. BRENNER (1987): Small synoptic/mesoscale eddies and energetic variability of the eastern Levantine basin, *Nature*, **327**, 131-134.

SCHIRMER, W. (1986): *Globale Analyse von erdmagnetischen Variationen im Periodenbereich des Sonnenfleckenzyklus*, Diplomarbeit, Institut für Geophysik der Georg-August-Universität zu Göttingen, 108.

SCHRÖDER, W. (Ed.) (1989): *Advances in geosciences*, da *Symposia of the Interdivisional Commission on History of IAGA during the IAGA Assembly, Exeter, August 1989* (Newsletter of the Interdivisional Commission on History of IAGA, n. 7), Interdivisional Commission on History of IAGA, Bremen-Roennebeck.

SINDONI, E. e A.Y. WONG (Eds.) (1991): *International School on Plasma Physics «Piero Caldirola» – Controlled Active Global Experiments (CAGE), Varenna (Como), 5-12 settembre 1990* (Editrice Compositori, SIF, Bologna), 371.

TIKHONOV, A.N. (1950): Determination of electrical characteristics of deep layers of the Earth's crust, *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, **73**, 295.

URBAN, L. e A. JANACKOVA (1990): A method for estimating the westward drift velocity and possible correlation with features of global tectonics, *Phys. Earth Planet. Inter.*, **59**, 342-348.

YOKOYAMA, I. (1988): Poynting vector in geomagnetic and geoelectric variations. *J. Geomagn. Geoelectr.*, **40**, 105-110.

ZHDANOV, M. (Ed.) (1985): *Electromagnetic sounding of the Earth* (IZMIRAN, Mosca).

ZOLESI, B., G. DE FRANCESCHI, C. BIANCHI e G.P. GREGORI (1988): The planetary pattern of the virtual height of the *F* layer (poster), presentato a *COSPAR meeting, Helsinki, Finland, June 1988*, IFA nota interna 89-59, 12.